

ТЕМА 5: РАБОТА СО ПОДАТОЦИ**1. ПОПУЛАЦИЈА И ПРИМЕРОК**

1. а) Популацијата се сите 500 ученици во училиштето; б) Големина на примерокот се 50 ученици;
2. а) Предмет на истражувањето: дали жителите имаат домашни миленичиња;
б) избрани се 10% од жителите;
3. а) Примерок: 80 купувачи на пазарот; б) Тип на истражување: анкета (се испитува преку прашања, не со набљудување или експеримент).
4. а) Популација се сите 600 ученици; б) избрани 60 ученици е примерок; в) Обележје кое се истражува е број на часови што се користи мобилен телефон дневно;
5. а) Големина на примерокот е 30; б) Популацијата се сите 240 работници; в) тие се избрани случајно и тие треба да ги претставуваат различните оддели во фабриката;
6. а) Обележјето што се мери е просечниот месечен приход во денари по домаќинство;
б) 100;
7. а) Популацијата се сите 3 000 студенти; б) 150; в) Не, ако сите се од еден оддел; да, ако има од сите оддели;
8. а) задоволство од услугата; б) сите клиенти; в) 200;
9. а) сите ученици; б) 80 ученици;
в) омилен спорт; г) 80;
10. а) 24 ученици; б) висина во см;
11. а) сите гласачи во општината; б) 100; в) ако се избрани случајно, може да се примени резултатот;
12. а) дали купува леб (да/не); б) 50 избрани купувачи; в) сите 1 500 купувачи,
13. а) сите 5 000 студенти; б) 200 студенти; в) 200; г) број на прочитани книги;
14. а) Големина на примерокот во проценти е 4%; б) Без повторување - секое домаќинство е избрано само еднаш;
15. а) Популација се сите 2 400 работници во фабриката; б) користен е метод на анкета (прашалник за задоволство);
16. а) со анкетата се опфатени 5% од студентите; б) некои студенти можат да дадат неточни или субјективни одговори;
17. а) Процентуална застапеност на примерокот е 10%; б) истражувањето е квалитативно (се испитува навика, не бројка);
18. а) испитани се 0,1% од жителите; б) Не е можно да се анкетираат сите жители - би барало премногу време, ресурси и пари;
19. а) примерокот е случаен (вработените се избрани по случаен избор); б) начин на избор, големина на примерокот, искреност на испитаниците;
20. а) примерокот претставува 5%; б) податоците ќе покажат колкава е просечната потрошувачка на електрична енергија и можни разлики меѓу домаќинствата.

2. ДИСКРЕТНИ ПОДАТОЦИ. ТАБЕЛА НА ФРЕКВЕНЦИИ

1. а) искретен податок. б) континуиран податок. в) континуиран податок.
2. а) дискретен податок. б) анкета или прашалник.
3. а) сите ученици. б) набљудување.
4. а) континуирани податоци. б) линиски дијаграм, бидејќи ја покажува промената на висината со текот на времето.
5. а) дискретни податоци, б) анкета (прашалник).
6. учениците ја креираат табелата самостојно во својата паралелка
7. учениците ја креираат табелата самостојно во својата паралелка
8. учениците ја креираат табелата самостојно во својата паралелка
9. $10 + 15 + 10 + 25 + 10 + 18 + 20 + 20 = 128$ купувачи.
10. а) Најмногу ученици се високи $140\text{ cm} - 8$ ученици.
Ученици повисоки од 140 cm : $6 + 2 = 8$ ученици.

Висина (cm)	фреквенција	б)
130	6	
138	2	
140	8	
150	6	
160	3	

11. а) 24 ученици

б) Број ученици кои прочитале повеќе од 7 книги: 9 ученици

Опсег на книги	фреквенција
0 - 3	5
4 - 7	10
8 - 10	9

12. а) Анкетирани се 24 семејства. б) Најмалку 2 автомобили имаат 12 семејства.

Број на автомобили	фреквенција
0	3
1	7
2	5
3	4
4	3

13. а) Најчест е опсегот 2–3 часа, со 14 ученици.

б) Со анкетата се опфатени 26 ученици.

в) 9 ученици

Опсег на книги	фреквенција
0 - 1	9
2 - 3	12
4 - 5	5

14. Податоците можеме да ги групираме во класи со ширина 50:

Број на дневни посети (n)	фреквенција
$50 < n \leq 100$	10
$100 < n \leq 150$	5
$150 < n \leq 200$	8
$200 < n \leq 250$	7

Најмногу посетители има во опсегот 50–100 со 10 дена.

15. Можеме да ги групираме во класи 0–1, 2–3, 4–5 и 6–7:

Опсег (класа)	фреквенција
0 - 1	3
2 - 3	10
4 - 5	6
6 - 7	3

- а) 13 ученици учат помалку од 4 часа дневно,
 б) најголема фреквенција има класа 2–3 часа (10 ученици)

16. а) Најчест е бројот 3 купувања, кој се појавува 9 пати.

б) Повеќе од 3 купувања значи 4 или 5 купувања: $6 + 3 = 9$ клиенти

Број на купувања	Фреквенција (број на клиенти)
1	5
2	7
3	9
4	6
5	3

17.

маса (kg)	фреквенција
$60 < m \leq 70$	4
$70 < m \leq 80$	8
$80 < m \leq 90$	6
$90 < m \leq 100$	2

18. а) На домашен терен фудбалската екипа изгубила 4 натпревари.

б) На гостински терен победила 3 натпревари.

в) Вкупниот број натпревари е: $9 + 5 + 4 + 3 + 10 + 5 = 36$ натпревари

19. а)

Интервал (s)	Фреквенција (број на ученици)
26 – 30	1
31 – 35	7
36– 40	8
41 – 45	6
46 – 50	2
51 – 55	1

б) Во паралелката има 25 ученици.

в) Повеќе од 40 секунди, но помалку од 46 секунди: 42, 42, 44, 44, 45, 45, 45. Вкупно 6 ученици.

20. а) а) Табела на фреквенција со интервали

Најмала вредност е 10 cm, а најголемата вредност е 45 cm, значи опсегот е $45 - 10 = 35$ cm, да направиме интервали со ширина од 6 cm (за рамномерна распределба):

10–15, 16–21, 22–27, 28–33, 34–39, 40–45

Интервал (cm)	Податоци што припаѓаат	Фреквенција
10 – 15	10, 12, 12, 15, 15	5
16 – 21	16, 17, 18, 18, 19, 21	6
22 – 27	23, 24, 25, 27	4
28 – 33	29, 32, 33	3
34 – 39	36, 38	2
40 – 45	40, 45	2

б) Во истражувањето се вклучени 22 растенија.

в) Повеќе или еднакви на 18 cm, но пониски од 26 cm: 18, 18, 19, 21, 23, 24, 25, Вкупно 7 растенија.

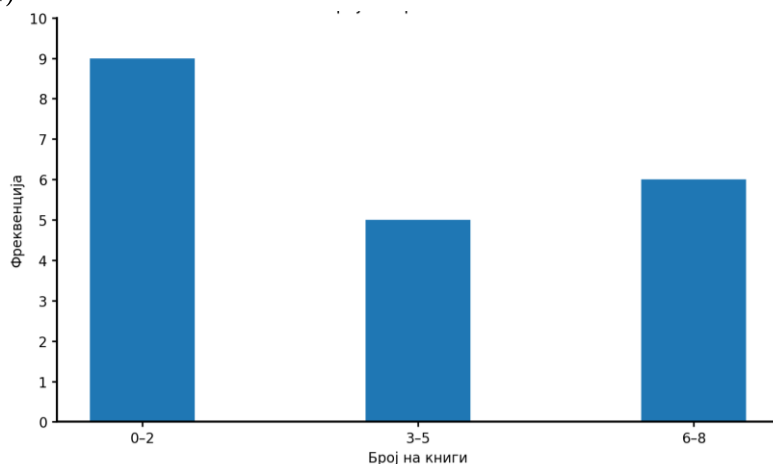
г) 7 растенија (најмалку 28 cm значи да припаѓа на последните 3 интервали = $3 + 2 + 2$);

21. а) Бројот на ученици во паралелката е: $9 + 5 + 6 = 20$ ученици

б) Повеќе од 5 книги прочитале учениците од класата 6–8: 6 ученици

в) Најголема фреквенција има класата 0–2. Модалната класа е 0–2 книги.

г)



22. Најголемата фреквенција е 9, па модалната класа е: 70–79 kg.

3. ПЛАНИРАЊЕ НА ИСТРАЖУВАЊЕ И СОБИРАЊЕ ПОДАТОЦИ

1. а) Краток план за истражувањето:

- 1) Да се определи групата ученици што ќе учествуваат во истражувањето.
- 2) Да се подготви прашање за тоа колку време дневно користат мобилен телефон.
- 3) Податоците да се соберат со анкета.
- 4) Добиените податоци да се средат во табела.
- 5) Резултатите да се претстават со соодветен дијаграм и да се донесе заклучок.

б) Податоците ќе бидат примарни, бидејќи се собираат директно од учениците за потребите на истражувањето.

Треба да направиш истражување колку книги читаат учениците месечно.

2. а) Соодветен инструмент за собирање податоци е анкета (прашалник).

б) Податоците се дискретни, бидејќи бројот на прочитани книги може да има целобројни вредности.

3. а) Податоците се континуирани, бидејќи висината може да има која било вредност во определен интервал.

б) Податоците може да се организираат вака:

Период на мерење	Висина на стеблото (cm)
------------------	-------------------------

Почеток на учебната година	_____
----------------------------	-------

Полугодие	_____
-----------	-------

Крај на учебната година	_____
-------------------------	-------

4. а) Најсоодветна е анкета, бидејќи учениците можат директно да одговорат како го обезбедуваат ручекот.

б) Резултатите може да се прикажат со табела на фреквенција или столбест дијаграм, со две категории: „носи ручек од дома“ и „купува во мензата“.

5. а) Податоците се континуирани.

б) Од даденото не може да се определи кога температурата е највисока, бидејќи не се дадени измерените температури. Откако ќе се извршат мерењата, се споредуваат трите вредности и се избира најголемата.

6. а) Популација: сите ученици за кои сакаме да донесеме заклучок со истражувањето.

Примерок: избраната група ученици од популацијата што ќе учествува во истражувањето.

На пример, ако се истражуваат учениците од едно училиште, сите ученици од училиштето се популација, а 50 избрани ученици се примерок.

б) За собирање на податоците може да се користи анкета (прашалник).

7. Податоците може да се организираат во табела, со две колони: ден во месецот и број на посетители. Потоа може да се претстават и со линиски дијаграм, за полесно да се следи промената на бројот на посетители од ден на ден.

8. а) Цел: Да се утврди колку ученици користат јавен превоз и да се споредат резултатите меѓу одделенијата.

б) Популација: Сите ученици од одделенијата што се опфатени со истражувањето.

в) Примерок: Избран број ученици од секое одделение.

г) Инструмент: Анкета (прашалник).

9. а) Примарни извори: анкета или интервју со жителите на населбата.

Секундарни извори: веќе постојни податоци, на пример извештаи или евиденции од претходни истражувања.

б) Резултатите може да се организираат во табела на фреквенција, на пример според бројот на велосипеди што ги има секое домаќинство, а потоа да се претстават со столбест дијаграм.

10. Бројот на телефонски повици примени во фирмата секој час може да се собира со записник (евиденција), во кој се бележи бројот на повици во секој временски период.

11. За полесно споредување, податоците може да се организираат во табела, во која за секој град ќе се запише бројот на пријавени ученици.

Град	Број на пријавени ученици
Град 1	—
Град 2	—
Град 3	—

Потоа податоците може да се претстават со столбест дијаграм, за лесно да се спореди бројот на пријавени ученици во различните градови.

12. а) План во три чекори:

1) Да се изберат учениците што ќе учествуваат во истражувањето.

2) Да се спроведе анкета со прашања дали имаат домашен компјутер и дали имаат интернет.

3) Одговорите да се средат во табела и да се прикажат со соодветен дијаграм.

б) Податоците се дискретни, бидејќи се добиваат со броење на учениците во одделни категории.

13. а) Податоците се:

- примарни, ако се собрани директно од учениците;

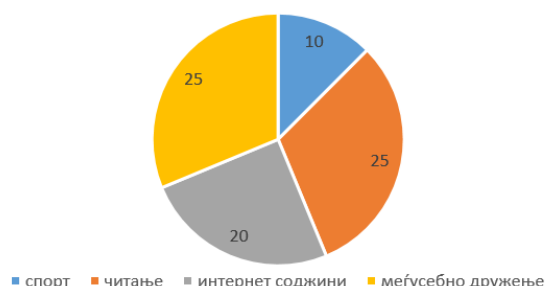
- дискретни, бидејќи бројот на прочитани книги се брои и се изразува со цели броеви.

б) Резултатите може да се организираат во табела на фреквенција, каде што ќе се прикажат бројот на прочитани книги и бројот на ученици. Потоа може да се претстават со столбест дијаграм.

4. ДИЈАГРАМИ

1. а) спорт, б) 50%

Како учениците го минуваат слободното време



2. а) четврток, б) 8°C

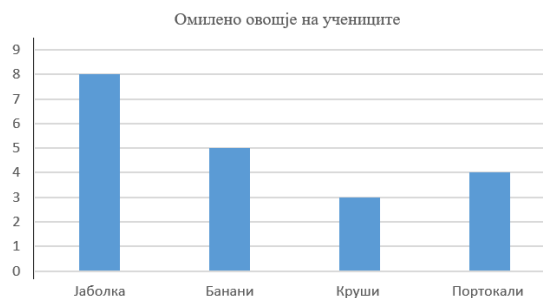
ДНЕВНА ТЕМПЕРАТУРА



3.

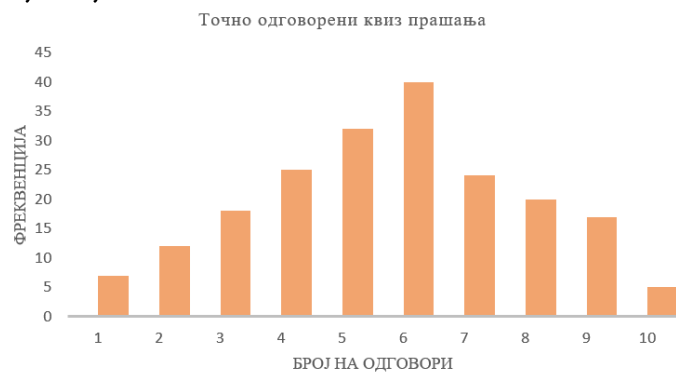


4. 20 ученици, омилено овошје им е јаболко

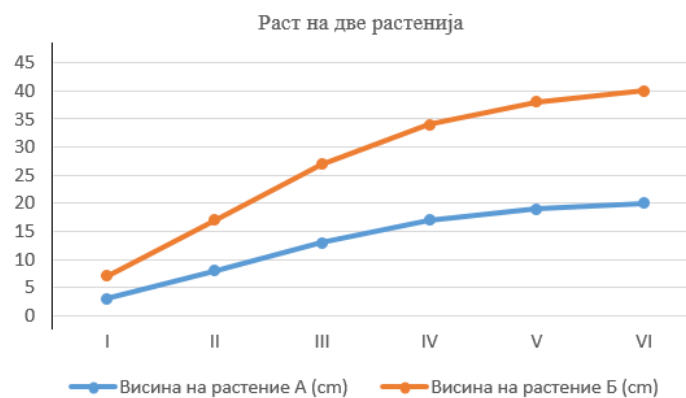


5. Корекција, ова е табелата на фреквенција

Број на точно одговорени прашања	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
фреквенција	7	12	18	25	32	40	24	20	0	5

Вкупно ученици: $7 + 12 + 18 + 25 + 32 + 40 + 24 + 20 + 0 + 5 = 183$.

6.



7. I група: 60 ученици

- Кошарка: 25% од 60 = $0,25 \cdot 60 = 15$ ученици
- Фудбал: 50% од 60 = $0,50 \cdot 60 = 30$ ученици
- Ракомет: 25% од 60 = $0,25 \cdot 60 = 15$ ученици

II група: 80 ученици

- Кошарка: 20% од 80 = $0,20 \cdot 80 = 16$ ученици
- Фудбал: 60% од 80 = $0,60 \cdot 80 = 48$ ученици
- Ракомет: 20% од 80 = $0,20 \cdot 80 = 16$ ученици



8.. Прв парк: 100 посетители, Деца се 30% од посетителите: $30\% \text{ од } 100 = 0,30 \cdot 100 = 30$ деца

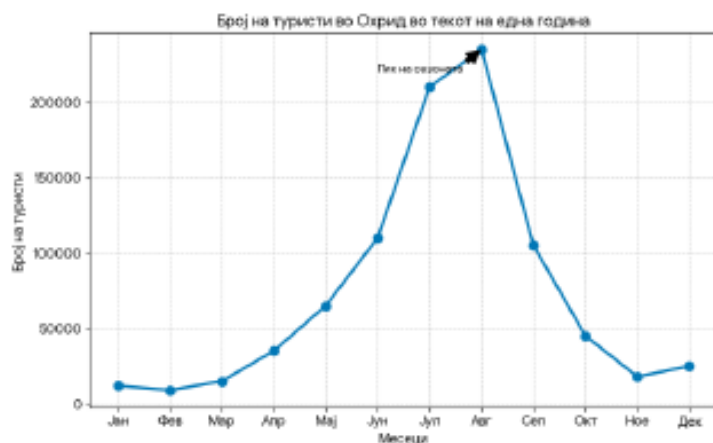
Втор парк: 200 посетители, Деца се 20% од посетителите: $20\% \text{ од } 200 = 0,20 \cdot 200 = 40$ деца

Споредуваме: $40 - 30 = 10$ деца

Значи, во вториот парк има повеќе деца, и тоа за 10 деца повеќе.

Иако процентот на деца во првиот парк е поголем, вкупниот број посетители во вториот парк е поголем, па затоа и бројот на деца е поголем.

12. пример за град Охрид



Трендот покажува дека Охрид е дестинација со висока сезонска зависност, каде што летото е доминантно, но постојат напори за развивање на целогодишен туризам преку конгресни и алтернативни форми на посети

5. СТЕБЛО-ЛИСТ ДИЈАГРАМ

1. Ги подредуваме податоките: 17, 18, 18, 19, 20, 20, 21, 22, 23, 25, 29, 32, 33, 37, 37

1	7 8 8 9
2	0 0 1 2 3 5 9
3	2 3 7 7

Клуч: 2 | 5 претставува 25 години.

2. Од стебло-лист дијаграмот ги читаме податоците: 45, 45, 48, 54, 57, 57, 62, 65, 67, 70, 74, 78, 79, 79, 81, 83, 88, 88, 92, 95, 96, 96. Вкупно има 22 ученици.

а) Повеќе од 75 поени имаат: 78, 79, 79, 81, 83, 88, 88, 92, 95, 96, 96. Тоа се 11 ученици.

50% од учениците имаат повеќе од 75 поени.

б) Над 85 поени имаат: 88, 88, 92, 95, 96, 96. Околу 27,3% од учениците имаат над 85 поени.

в) Ранг: $96 - 45 = 51$ поен. За медијаната, бидејќи има 22 податоци, ги земаме 11-тиот и 12-тиот: 11-ти $\rightarrow 74$, 12-ти $\rightarrow 78$ и пресметуваме $(74 + 78)/2 = 76$, Медијана = 76 поени

3. Група А, Податоци: 12, 13, 14, 23, 24, 26, 26, 30, 35, 36, 37, 44, 46, 48, 48

Група Б, Податоци: 12, 12, 14, 25, 25, 26, 34, 35, 38, 38, 43, 45, 46, 46, 47

а) Над 30 поени

Група А: 7 ученици од 15, околу 46,7%

Група Б: 9 ученици од 15, 60%

б) Група А: $48 - 12 = 36$ поени, Средниот, осмиот податок е 30. Медијана = 30 поени

Група Б: $47 - 12 = 35$ поени, Средниот, осмиот податок е 35. Медијана = 35 поени

4. Податоците подредени по големина се:

1,30; 1,40; 1,43; 1,49; 1,50; 1,52; 1,52; 1,55; 1,55; 1,56; 1,56; 1,58; 1,61; 1,62; 1,63; 1,63; 1,66; 1,68; 1,68; 1,69

а) Стебло-лист дијаграм:

1,3	0
1,4	0 3 9
1,5	0 2 2 5 5 6 6 8
1,6	1 2 3 3 6 8 8 9

Клуч: 1,5 | 2 претставува 1,52 m.

б) Ранг: $1,69 - 1,30 = 0,39$ m. Бидејќи има 20 ученици, медијаната е средната вредност на 10-тиот и 11-тиот податок: медијаната е $(1,56 + 1,56)/2 = 1,56$

5. Од стебло-лист дијаграмот ги добиваме волумените:

0,3; 0,5; 1,1; 1,4; 1,4; 1,8; 2,0; 2,3; 2,5; 3,1; 3,2; 3,7; 3,9; 4,4; 4,5; 4,6; 4,7; 4,7; 5,2; 5,5

а) Волумен на најмалиот и најголемиот сад:

Најмал сад: 0,3 l, Најголем сад: 5,5 l

б) Ранг на волумените: $5,5 - 0,3 = 5,2$ l

в) Вкупен број садови: 20 садови

г) Има 20 податоци, па медијаната е аритметичката средина на 10-тиот и 11-тиот податок:

10-ти податок: 3,1 l, 11-ти податок: 3,2 l. Медијаната е $(3,1 + 3,2)/2 = 3,15$ l.

д) Садови со волумен поголем од 4,5 l: 4,6; 4,7; 4,7; 5,2; 5,5

Вкупно 5 садови.

6. Од стебло-лист дијаграмот се читаат следните податоци:

350, 352, 352, 363, 363, 363, 365, 367, 369, 372, 374, 377, 379, 380, 380, 386, 387, 388, 395, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 402, 404, 406, 407, 407

Вкупно се дадени податоци за 30 дена.

а) Најмал број тегли произведени за еден ден: 350 тегли

б) Повеќе од 380 се: 386, 387, 388, 395, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 402, 404, 406, 407, 407
Тоа се 15 дена.

Процент: $15/30 \cdot 100 = 50\%$ Во 50% од деновите биле произведени повеќе од 380 тегли.

в) Бројот 363 се појавува 3 пати, повеќе од која било друга вредност.

Модата е 363 тегли.

г) Најголемата вредност е 407, а најмалата 350: $407 - 350 = 57$

Рангот е 57 тегли.

6. СТАТИСТИЧКИ ПРЕСМЕТУВАЊА ЗА ГРУПИРАНИ ПОДАТОЦИ

1. а) $Mo = 6$; б) $Mo = 1$; в) $Mo = 7$; г) $Mo = 5$;

2. а) $Me = 6$; б) $Me = 6$; в) $Me = 30$;

3. постојат повеќе решенија еве еден пример 7, 8, 9, 9, 15;

4. а) $Ar = 6.42$; б) $Ar = 2$;

в) $Ar = 4.08$; г) $Ar = 25.92$;

5. а) $Ra = 9$; б) $Ra = 16$; в) $Ra = 16$; г) $Ra = 31$;

6. а) $Ar = 71.83$; б) Mo се 62, 74 и 79; в) $Me = 74$; г) $Ra = 35$;

7. Четвртиот број е 52;

8.

број на чевли (интервал)	фреквенција (f)	средина на интервал (m)	f·m
25 - 27	4	26	104
28 - 30	8	29	232
31 - 33	2	32	64
34 - 36	7	35	245
вкупно	21		645

а) Модална класа е 28 – 30;

б) $Me=28$;

в) $Ar=30.71$;

г) $Ra=10$;

9.

маса (kg)	фреквенција (f)	средина на интервал (m)	f·m
$15 < m \leq 20$	15	17,5	262,5
$20 < m \leq 25$	18	22,5	405
$25 < m \leq 30$	24	27,5	660
$30 < m \leq 35$	32	32,5	1040
$35 < m \leq 40$	16	37,5	600
$40 < m \leq 45$	9	42,5	382,5
вкупно	114		3350

а) Модална класа е $30 < m \leq 35$;

б) $Me=30$;

в) $Ar=29.39$;

г) $Ra=30$;

10. а) фудбал; б) 43; в) 8; ж
11. а) 21; б) $Ar = 3,5$;
12. а) Модална класа е 10–12; б) $Me = 9,36$; в) $Ar = 8,72$; г) $Ra = 10$;
13. а) Модална класа е 11–13; б) $Me = 12,1$; в) $Ar = 11,8$; г) $Ra = 13$;
14. а) Модална класа е 48–52; б) $Me = 53$; в) $Ar = 52,5$; г) $Ra = 30$;

7. ЕЛЕМЕНТАРЕН НАСТАН. СПРОТИВЕН НАСТАН. ВЕРОЈАТНОСТ

1. $\Omega = \{\Gamma\Gamma, \Gamma\Pi, \Pi\Gamma, \Pi\Pi\}$; 2. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
3. а) невозможен; б) сигурен; в) има веројатност меѓу 0 и 1; г) има веројатност меѓу 0 и 1;
4. $P(A) = \frac{1}{6}$; $P(B) = \frac{1}{6}$; $P(C) = \frac{1}{6}$; $P(D) = \frac{1}{4}$;
5. $P(A) = \frac{1}{5}$; $P(B) = \frac{3}{5}$; $P(C) = \frac{2}{5}$;
6. твоите резултати кои се експериментални може да се разликуваат таа ќе е приближна на теориската веројатност која е $P(A) = \frac{21}{50}$; $P(B) = \frac{6}{50}$; $P(C) = \frac{29}{50}$; $P(D) = \frac{32}{50}$;
7. $P_{\text{теор}} = \frac{1}{6}$; експерименталната веројатност ќе биде приближна на теориската;
8. а) $P(A) = \frac{19}{25}$; $P(B) = \frac{3}{25}$; $P(C) = \frac{11}{50}$; $P(D) = \frac{13}{50}$; б) Експерименталните вредности се блиски до теоретските, колку повеќе фрлања, толку резултатите се поблиски до теоретските.
9. $P(A) = \frac{1}{13}$; $P(B) = \frac{1}{52}$; $P(C) = \frac{1}{2}$; $P(D) = \frac{3}{13}$;
10. $P(A) = \frac{7}{12}$; $P(B) = \frac{5}{12}$; $P(C) = 0$;
11. $P(A) = \frac{5}{33}$; $P(B) = \frac{10}{33}$; $P(C) = \frac{14}{33}$;
12. $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{5}{8}$; $P(C) = \frac{2}{3}$;

8. НАСТАНИ КОИ ЗАЕМНО СЕ ИСКЛУЧУВААТ. ЗАВИСНИ И НЕЗАВИСНИ НАСТАНИ

1. Фрлање две коцки; Вкупниот број можни исходи е: $6 \cdot 6 = 36$

A: Збирот е 2, Можен исход: (1, 1), $P(A) = \frac{1}{36}$

B: Збирот е поголем од 10, Можни исходи: (5, 6), (6, 5), (6, 6), $P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

C: На горната страна паднале 5 и 6, Можни исходи: (5, 6), (6, 5), $P(C) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

D: На горната страна паднале непарни броеви. На секоја коцка може да падне 1, 3 или 5:

$3 \cdot 3 = 9$ исходи. $P(D) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

Заемно се исклучуваат: A и B, A и C, B и D.

2. а) A: првото е сино, второто црвено, $P(A) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$

б) B: двете топчиња се сини, $P(B) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$

A и B се зависни, При извлекување без враќање, исходот од првото извлекување влијае врз веројатноста при второто извлекување.

3. A: парен број $\rightarrow \{2, 4, 6\}$, B: број помал од 3 $\rightarrow \{1, 2\}$, C: број поголем од 2 $\rightarrow \{3, 4, 5, 6\}$,

D: непарен број $\rightarrow \{1, 3, 5\}$ Заемно се исклучуваат: A и D, бидејќи еден број не може истовремено да биде парен и непарен. B и C, бидејќи број не може истовремено да биде помал од 3 и поголем од 2 кај можните исходи на коцката.

4. Има вкупно 10 картички.

A: прост број $\rightarrow \{2, 3, 5, 7\}$, B: број поголем од 7 $\rightarrow \{8, 9\}$, C: парен број $\rightarrow \{0, 2, 4, 6, 8\}$

D: број помал од 2 $\rightarrow \{0, 1\}$

Заемно се исклучуваат: A и B – нема прост број меѓу 8 и 9. A и D – 0 и 1 не се прости броеви.

B и D – број не може истовремено да биде поголем од 7 и помал од 2.

5. Можните исходи се: ПП, ПГ, ГП, ГГ, каде П = писмо, Г = глава.

A: во првото фрлање се паднало писмо

B: во второто фрлање се паднала иста страна

C: во второто фрлање се паднало писмо

D: во едно од фрлањата се паднала глава

E: во второто фрлање се паднала глава

а) Од наведените парови: A и B – независни, A и D – не се независни, A и E – независни, D и E – не се независни

б) C и E заемно се исклучуваат, бидејќи при второто фрлање не може истовремено да паднат и писмо и глава.