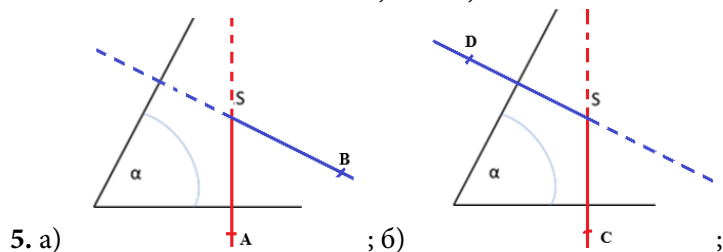
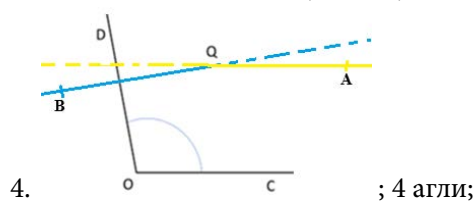
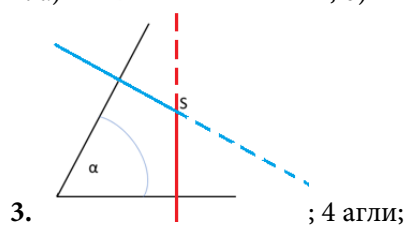
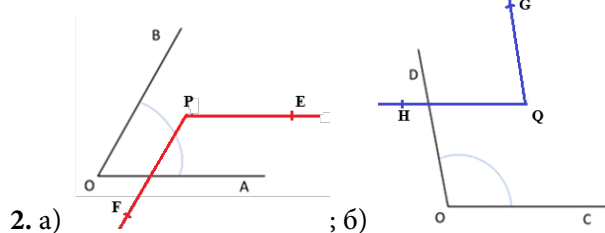
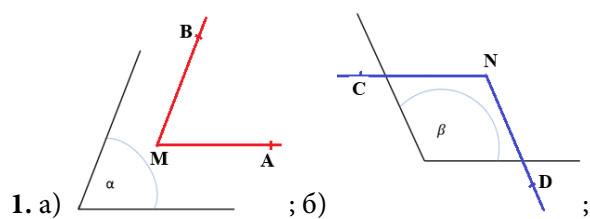


ТЕМА 2: ГЕОМЕТРИЈА

1. АГЛИ СО ЗАЕМНО ПАРАЛЕЛНИ КРАЦИ И АГЛИ СО ЗАЕМНО НОРМАЛНИ КРАЦИ



6. а) 70° ; б) 70° ; в) 110° ;

7. $x = y = 65^\circ$;

8. $132^\circ 30'$ и $47^\circ 30'$;

9. 125° и 55° ;

10. $\alpha = 105^\circ$, $\beta = 75^\circ$;

11. $\alpha = 144^\circ$, $\beta = 36^\circ$;

12. 30° , 30° , 120° или 60° , 60° , 60° ;

13. $\angle BAD = 38^\circ$, $\angle ADC = 142^\circ$ и $\angle BCD = 38^\circ$;

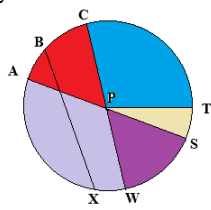
14. $\angle ABC = 127^\circ$, $\angle BCD = 90^\circ$ и $\angle ADC = 90^\circ$;

2. ПЕРИФЕРЕН АГОЛ

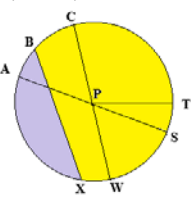
1. а) 34° , б) 47° , в) $17^\circ 14'$;
2. а) 74° б) 106° в) $52^\circ 34'$;
3. а) 30° , б) 72° , в) 40° , г) 75° ;
4. Најди ги централниот и периферниот агол над ист кружен лак ако нивниот збир е:
а) $\alpha = 64^\circ$, $\beta = 32^\circ$, б) $\alpha = 96^\circ$, $\beta = 48^\circ$, в) $\alpha = 144^\circ$, $\beta = 72^\circ$;
5. 8 cm;
6. 42° ;
7. а) 144° , б) 72° ;
8. а) $\varphi = 90^\circ$, б) $\varphi = 124^\circ$, в) $\varphi = 122^\circ 30'$;
9. а) $\beta = 107^\circ$, б) $\beta = 32^\circ$, в) $\beta = 157^\circ 30'$;
10. а) $\alpha = 86^\circ$, $\beta = 43^\circ$, б) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 33^\circ$;
11. а) $x = 15$, $\angle ABC = 22^\circ$; б) $x = 42^\circ 30'$, $\angle ABC = 90^\circ$;

3. КРУЖЕН ИСЕЧОК, КРУЖЕН ОТСЕЧОК, КРУЖЕН ПРСТЕН

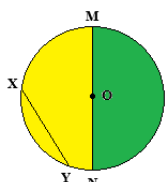
1. а) кружен прстен; б) кружен исечок; в) кружен отсечок; г) делот со дрвја е поголем од секој од деловите со атлетичари; д) еден; е) шест;



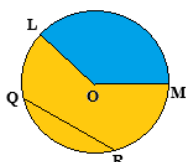
2. а) APC, APT, APS, APW, CPT, CPS, CPW, CPA, TPS, TPW, TPA, SPW, SPA, SPC, SPT,



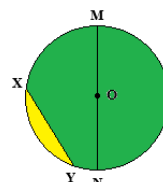
- б) XAB; XWB.



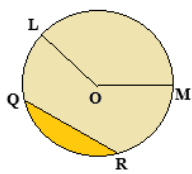
3. а) MON, NOM;



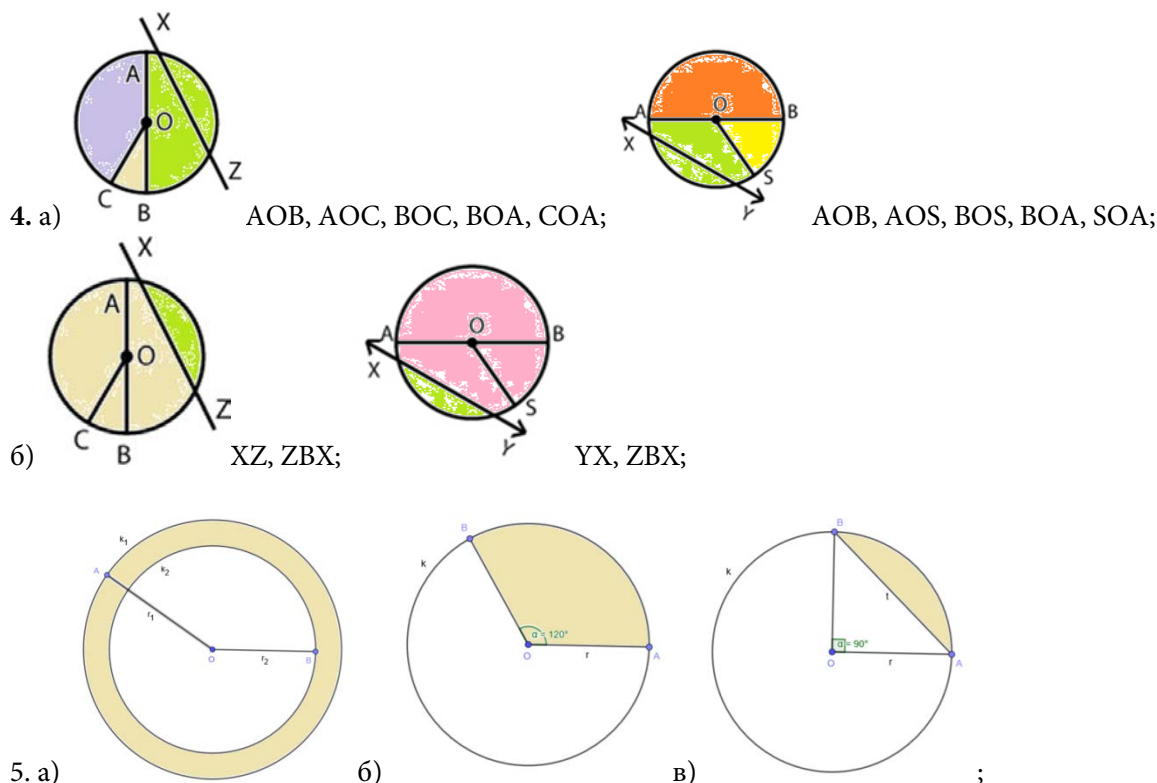
- б) MOL, LOM;



- в) YX, XMY;



- г) RQ, QLR;



4. КОНСТРУКЦИЈА НА ТРИАГОЛНИК

- 1° AX – полуправа, 2° $k_1(A, 4 \text{ cm}) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, 6 \text{ cm}) \cap k_3(B, 6 \text{ cm}) = \{C\}$, 4° $\triangle ABC$ е конструиран;
- 1° AX – полуправа, 2° $k_1(A, 5 \text{ cm}) \cap AX = \{B\}$, 3° s – симетрала на AB , 4° $s \cap AB = \{C_0\}$, 5° $k_2(C_0, 8 \text{ cm}) \cap s = \{C\}$, 6° $\triangle ABC$ е конструиран
- 1° $\angle XAY = 63^\circ$, 2° $k_1(A, 3 \text{ cm}) \cap AX = \{B\}$, 3° $\angle ABZ = 63^\circ$, 4° $AY \cap BZ = \{C\}$, 5° $\triangle ABC$ е конструиран;
- 1° $\angle XCY = \gamma$, 2° $k_1(C, b) \cap CX = \{A\}$, 3° $k_2(C, b) \cap CY = \{B\}$, 4° $\triangle ABC$ е конструиран;
- 1° $\angle XAY = 180^\circ - \gamma$, 2° s_1 – симетрала на $\angle XAY$, 3° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 4° $\angle ABZ = \angle XAY$, 5° $AY \cap BZ = \{C\}$, 6° $\triangle ABC$ е конструиран;
- 1° $\angle XAY = \alpha$, 2° $k_1(A, b) \cap AY = \{C\}$, 3° $k_2(C, b) \cap AX = \{B\}$, 4° $\triangle ABC$ е конструиран;
- 1° AX – полуправа, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, a) \cap k_3(B, a) = \{C\}$, 4° $\triangle ABC$ е конструиран;
- 1° CX – полуправа, 2° $k_1(C, h) \cap CX = \{C_0\}$, 3° $p \perp CC_0$, $C_0 \in p$, 4° $\angle C_0CY = 30^\circ$, 5° $CY \cap p = \{A\}$, 6° $k_2(C_0, C_0A) \cap p = \{B\}$, 7° $\triangle ABC$ е конструиран;
- Кај рамностран тежишната линија се совпаѓа со висината, конструкција идентична со задача 8.
- $\overline{AT} = \frac{2}{3}t$, $\overline{AT} = 2,4 \text{ cm}$ значи $t = 3,6 \text{ cm}$, кај рамностран триаголник $t = h$, види зад. 8
- $\overline{TT_0} = \frac{1}{3}t$, $\overline{TT_0} = 1,4 \text{ cm}$ значи $t = 4,2 \text{ cm}$, кај рамностран триаголник $t = h$, види зад. 8
- 1° $\angle XCY = 90^\circ$, 2° $k_1(C, b) \cap CX = \{A\}$, 3° $k_2(C, a) \cap CY = \{B\}$, 4° $\triangle ABC$ е конструиран;
- 1° $\angle XCY = 90^\circ$, 2° $k_1(C, b) \cap CX = \{A\}$, 3° $k_2(A, c) \cap CY = \{B\}$, 4° $\triangle ABC$ е конструиран;

14. $1^\circ \angle XAY = \alpha$, $2^\circ k_1(A, c) \cap AX = \{B\}$, $3^\circ \angle ABZ = 90^\circ - \alpha$, $4^\circ AY \cap BZ = \{C\}$, $5^\circ \triangle ABC$ е конструиран;
 15. $1^\circ \angle XCY = 90^\circ$, $2^\circ k_1(C, a) \cap CX = \{B\}$, $3^\circ \angle CBZ = 90^\circ - \alpha$, $4^\circ CY \cap BZ = \{A\}$, $5^\circ \triangle ABC$ е конструиран;
 16. $1^\circ \angle XCY = 90^\circ$, $2^\circ k_1(C, a) \cap CX = \{A\}$, $3^\circ k_1(C, a) \cap CY = \{B\}$, $4^\circ \triangle ABC$ е конструиран;
 17. $1^\circ AX$ – полуправа, $2^\circ k_1(A, c) \cap AX = \{B\}$, $3^\circ s$ – симетрала на AB , $4^\circ s \cap AB = \{C_0\}$, $5^\circ k(C_0, C_0A) \cap s = \{C\}$, $6^\circ \triangle ABC$ е конструиран;

5. СКЛАДНОСТ НА ТРИАГОЛНИЦИ

1. $1 \cong 4$, $2 \cong 10$, $3 \cong 6$, $5 \cong 9$, $7 \cong 80$,
 2. а) A и F , B и D , C и E , $\overline{AB} = \overline{FD}$, $\overline{AC} = \overline{FE}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle F$, $\angle B = \angle D$, $\angle C = \angle E$;
 б) N и R , Q и L , M и P , $\overline{NL} = \overline{RQ}$, $\overline{NM} = \overline{RP}$, $\overline{LM} = \overline{QP}$, $\angle N = \angle R$, $\angle Q = \angle L$, $\angle M = \angle P$;
 в) S и Y , T и X , V и Z , $\overline{ST} = \overline{YX}$, $\overline{SV} = \overline{YZ}$, $\overline{TV} = \overline{XZ}$, $\angle S = \angle Y$, $\angle T = \angle X$, $\angle V = \angle Z$;
 3. $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 38^\circ$, $a = 3$ cm;
 4. $\alpha = 43^\circ$, $\beta = 32^\circ$, $a = 4$ cm;
 5. а) $\angle B = 30^\circ$, б) $\angle Q = 126^\circ$, в) $\angle R = 24^\circ$, г) 5, д) 7, е) 10

6. ПРИЗНАЦИ ЗА СКЛАДНОСТ НА ТРИАГОЛНИЦИ

Прв признак за складност на триаголници

1. $1^\circ \overline{AO} = \overline{CO}$, $2^\circ \angle AOB = \angle COD$, $3^\circ \overline{BO} = \overline{DO}$; 2. тетиви над ист централен агол во кружница;
 3. $1^\circ \overline{AC} = \overline{DC}$ (C е средина на AD), $2^\circ \angle ACB = \angle DCE$ – накрсни агли, $3^\circ \overline{BC} = \overline{EC}$ (C е средина на BE); од 1° , 2° , 3° по CAC следи: $\triangle ABC \cong \triangle CDE$;
 4. $1^\circ \overline{AB} = \overline{AC}$ – дадено (рамнокрак триаголник); $2^\circ \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ (AD е висина т.е. $AD \perp BC$); $3^\circ \overline{AD}$ (заедничка страна); од 1° , 2° , 3° по CAC следи: $\triangle ABC \cong \triangle CDE$;
 5. Да разгледаме отсечка AB и нејзината симетрала s . Симетрала s на отсечка AB е правата што минува низ средината M на отсечката AB и е нормална на AB .
 Да докажеме: За произволна точка X на симетралата s важи $\overline{XA} = \overline{XB}$
 Нека M е средина на $AB \Rightarrow \overline{AM} = \overline{MB}$,
 X е точка на симетралата $\Rightarrow XM \perp AB$,
 Да ги разгледаме триаголниците $\triangle AMX$ и $\triangle BMX$:
 о $\overline{AM} = \overline{BM}$ (M средина на AB)
 о $\angle AMX = \angle BMX = 90^\circ$ ($MX \perp AB$)
 о $\overline{MX}$ е заедничка страна
 Од CAC следува $\triangle AMX \cong \triangle BMX$, од складност на триаголниците $\Rightarrow \overline{XA} = \overline{XB}$ како соодветни страни. што требаше да се докаже

6. $\triangle ABC$ е рамнокрак триаголник со основа AB од каде $\overline{AC} = \overline{BC}$, CD е висина спуштена од врвот C кон основата AB , значи, D е средина на AB односно $\overline{AD} = \overline{DB}$, точката E лежи на CD . Да го разгледаме $\triangle ABE$, треба да покажеме дека $\overline{AE} = \overline{BE}$.
Да ги разгледаме $\triangle ADE$ и $\triangle BDE$:

- $\overline{AD} = \overline{DB}$ (бидејќи D е средина на AB)
- $\angle ADE = \angle BDE = 90^\circ$ (CD е висина, $CD \perp AB$, а E е на CD , така што DE е дел од CD и исто така нормален на AB)
- DE е заедничка страна.

Од признакот CAC следува $\triangle ADE \cong \triangle BDE$ од каде следува $\overline{AE} = \overline{BE}$ т.е. $\triangle ABE$ е рамнокрак триаголник со основа AB и краци AE и BE .

7. Кај правоаголник $ABCD$, спротивните страни се еднакви и паралелни т.е. $1^\circ \overline{AB} = \overline{CD}$, $2^\circ \angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$, $3^\circ \overline{BC} = \overline{AD}$. Од признакот CAC имаме дека $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

8. Од $\triangle ABC$ е рамнокрак со основа AB имаме: $\overline{AC} = \overline{BC}$ и $\angle CAB = \angle CBA$,
Од условот $\overline{AD} = \overline{BE}$ и $\overline{AC} = \overline{BC}$, следува: $\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD} = \overline{BC} - \overline{BE} = \overline{CE}$

Да ги разгледаме $\triangle ACE$ и $\triangle BCD$

C: $\overline{AC} = \overline{BC}$ - дадено,

A: $\angle ACE = \angle BCD$

C: $\overline{CE} = \overline{CD}$,

Од CAC имаме $\triangle ACE \cong \triangle BCD$ од каде следува дека соодветните страни се еднакви, затоа $\overline{AE} = \overline{BD}$

9. Да ги разгледаме $\triangle AKD$ и $\triangle BKC$

C: $\overline{AK} = \overline{BK}$ - K средина на AB ,

A: $\angle KAD = \angle KBC = 90^\circ$

C: $\overline{AD} = \overline{BC}$ - спротивни страни кај правоаголник,

Од CAC имаме $\triangle AKD \cong \triangle BKC$ од каде следува дека соодветните страни се еднакви, затоа $\overline{KC} = \overline{KD}$

10. Да ги разгледаме $\triangle AOB$ и $\triangle BLC$

C: $\overline{AB} = \overline{BC}$ - страни на квадрат,

A: $\angle ABO = \angle BCL = 90^\circ$ - x

C: $\overline{OB} = \overline{LC}$,

Од CAC имаме $\triangle AOB \cong \triangle BLC$

11. Да ги разгледаме $\triangle AOM$ и $\triangle BOM$

C: $\overline{AO} = \overline{BO} = r$ - радиус на кружница,

A: $\angle AMO = \angle BMO = 90^\circ$ - $MO \perp AB$

C: $\overline{OM}$ - заедничка страна,

Од CAC имаме $\triangle AOM \cong \triangle BOM$, од каде следува $\overline{AM} = \overline{BM}$ т.е. M е средина на тетивата AB

12. Да ги разгледаме $\triangle AFD$ и $\triangle BEC$

C: $\overline{AD} = \overline{BC}$ - спротивни страни кај квадрат,

A: $\angle ADF = \angle BCE = 90^\circ$

$$C: \overline{DF} = \overline{CE} = \frac{2}{3} \overline{CD},$$

Од $\triangle CAC$ имаме $\triangle AFD \cong \triangle BEC$

Втор и трет признак за складност на триаголници

13. Да ги разгледаме $\triangle OAB$ и $\triangle OCD$

$$C: \overline{AB} = \overline{CD} - \text{дадено},$$

$$C: \overline{AO} = \overline{CO} = r,$$

$$C: \overline{BO} = \overline{DO} = r,$$

Од ССС имаме $\triangle OAB \cong \triangle OCD$

14. а) Да ја повлечеме дијагоналата BD , а пороа да ги разгледаме $\triangle ABD$ и $\triangle CDB$

$$A: AB \parallel CD \text{ и } BD \text{ е трансверзала} \Rightarrow \angle ABD = \angle CDB - \text{наизменични агли},$$

$$C: BD \text{ е заедничка страна},$$

$$A: AD \parallel BC \text{ и } BD \text{ е трансверзала} \Rightarrow \angle ADB = \angle CBD - \text{наизменични агли},$$

од признакот АСА, следува $\triangle ABD \cong \triangle CDB$, од складноста на триаголниците следува дека сите соодветни елементи се еднакви:

$$\angle BAD = \angle DCB - \text{спротивните агли А и С } \angle ABD + \angle DBC = \angle CDB + \angle BDA \Rightarrow \angle ABC =$$

$$\angle CDA \text{ (бидејќи } \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC, \text{ а } \angle CDA = \angle CDB + \angle BDA), \text{ значи двата}$$

пара спротивни агли се еднакви;

б) Разгледај ги триаголниците $\triangle AOB$ и $\triangle COD$:

$$A: AB \parallel CD \text{ и } AC \text{ е трансверзала} \Rightarrow \angle BAO = \angle DCO - \text{наизменични агли}$$

$$C: AB = CD - \text{спротивни страни во паралелограм}$$

$$A: AB \parallel CD \text{ и } BD \text{ е трансверзала} \Rightarrow \angle ABO = \angle CDO - \text{наизменични агли}$$

од признакот АСА следува $\triangle AOB \cong \triangle COD$, од складноста следува $\overline{AO} = \overline{OC}$ и

$\overline{BO} = \overline{OD}$ значи, дијагоналите на паралелограм се преполовуваат;

15. а) Да ги разгледаме $\triangle ADC$ и $\triangle BEC$

$$A: \angle C - \text{заеднички агол}$$

$$C: \overline{AC} = \overline{BC} - \text{краци кај рамнокрак триаголник}$$

$A: \angle DAC = \angle EBC$ е половина од аглите при основата во рамнокрак триаголник од АСА следува: $\triangle ADC \cong \triangle BEC$;

б) од $\triangle ADC \cong \triangle BEC$, сите соодветни страни се еднакви, затоа $\overline{DC} = \overline{EC}$

16. Да ги разгледаме $\triangle ABC$ и $\triangle DEC$

$$A: \angle ABC = \angle DEC = 90^\circ - \text{дадено}$$

$$C: \overline{BC} = \overline{EC} - \text{дадено}$$

$$A: \angle ACB = \angle DCE - \text{накрсни агли}$$

од АСА следува $\triangle ABC \cong \triangle DEC$;

17. Да ги разгледаме $\triangle ABC$ и $\triangle DEC$

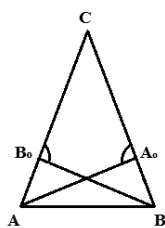
$$A: \angle ABC = \angle DEC - \text{периферен агол над ист кружен лак AD}$$

$$C: \overline{BC} = \overline{EC} - \text{дадено}$$

A: $\angle ACB = \angle DCE$ – накрсни агли

од АСА следува $\triangle ABC \cong \triangle DEC$;

18.



Да ги разгледаме $\triangle AA_0C$ и $\triangle BB_0C$

A: $\angle AA_0C = \angle BB_0C = 90^\circ$ – $AA_0 \perp BC$, $BB_0 \perp AC$,

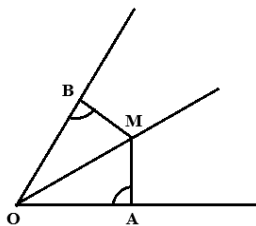
C: $\overline{AC} = \overline{BC}$ – краци кај рамнокрак триаголник

A: $\angle C$ – заеднички агол

од АСА следува $\triangle AA_0C \cong \triangle BB_0C$, од складноста следува

$\overline{AA_0} = \overline{BB_0}$ т. е. висините спуштени кон краците на рамнокрак триаголник се еднакви меѓу себе;

19.



Да ги разгледаме $\triangle OAM$ и $\triangle OBM$

A: $\angle AOM = \angle BOM$ – OM симетрала на $\angle AOB$,

C: $\overline{OM}$ – заедничка страна

A: $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ - \angle AOM$

од АСА следува $\triangle OAM \cong \triangle OBM$, од складноста следува

$\overline{AM} = \overline{BM}$ т. е. секоја точка од симетралата на аголот е еднакво оддалечена од краците на аголот;

20. Да ги разгледаме $\triangle ABE$ и $\triangle CBE$

A: $\angle AEB = \angle CDB = 90^\circ$ – $AE \perp BC$ и $CD \perp AB$,

C: $\overline{AB} = \overline{BC}$ – дадено

A: $\angle ABC$ – заеднички агол

од АСА следува $\triangle ABE \cong \triangle CBE$, од складноста следува $\overline{AE} = \overline{CD}$;

21. Да ги разгледаме $\triangle ABO$ и $\triangle DCO$

A: $\angle AOB = \angle DOC$ – накрсни агли,

C: $\overline{BO} = \overline{CO}$ – дадено

A: $\angle ABO = \angle DCO$ – периферен агол над ист кружен лак AD

од АСА следува $\triangle ABO \cong \triangle DCO$;

22. $\triangle ABC \cong \triangle BEC$ и $\triangle AEC \cong \triangle BDC$

7. ПИТАГОРОВА ТЕОРЕМА

1. а) $x = 15$ cm; б) $x = 8$ cm; в) $x = 20$ cm;

2. а) $c = 5$ cm; б) $c = 13$ cm; в) $c = 15$ cm; г) $c = 10$ cm;

3. а) $a = 6$ cm; б) $a = 10$ cm; в) $a = 5$ cm; г) $a = 4\sqrt{15}$ cm;

4. а) да; б) не; в) не; г) да;

5. а) $c = 11,3$ cm; б) $c = 12,7$ cm; в) $c = 1,7$ dm; г) $c = 3,5$ dm;

6. а) $a = 8,5$ cm; б) $a = 1,4$ dm; в) $a = 0,8$ dm; г) $a = 1,7$ dm;

7. 4 m;

8. 10 km;

9. а) $R = 10$ cm; б) $R = 20,5$ cm;

10. $L = 24$ cm;

11. $L = (17 + 5\sqrt{17}) \text{ cm}$;
12. а) $x = 10 \text{ cm}$; $y = 2\sqrt{41} \text{ cm}$; б) $x \approx 9,75 \text{ cm}$; $y = \sqrt{5} \text{ cm}$;
13. а) $x \approx 4,7 \text{ cm}$; б) $x = 8 \text{ cm}$;
14. а) 570 m ; б) $P = 1680 \text{ m}^2$;
15. $d \approx 53,3 \text{ m}$;
16. $x = 24 \text{ cm}$;
17. $x = 12 \text{ dm}$;
18. а) 2 m ; б) $2,1 \text{ m}$;
19. а) 73 km ; б) 146 km ;
20. 60 km ;
21. $8,12 \text{ m}$;
22. а) 50 m ; б) 30 m ;

8. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВА ТЕОРЕМА ВО РАМНОКРАК И РАМНОСТРАН ТРИАГОЛНИК

1. а) $b = 13 \text{ cm}$; б) $b = 4,5 \text{ dm}$; в) $b = 5 \text{ cm}$; г) $b = 5,2 \text{ dm}$;
2. $h = 24 \text{ cm}$;
3. $L = 36 \text{ cm}$;
4. а) $a = 14 \text{ cm}$; б) $h = 15 \text{ cm}$; в) $b = 15 \text{ cm}$; г) $b = 30 \text{ cm}$;
5. 6 dm ;
6. 98 m ;
7. $2,4 \text{ m}$;
8. а) $h = 3\sqrt{3} \text{ cm}$;
б) $h = \sqrt{3} \text{ cm}$;
9. а) $a = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$; б) $a = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$;
10. а) 25 m ; б) $h = 25\sqrt{3} \text{ m} \approx 43,3 \text{ m}$; в) 60 m ;

9. СВОЈСТВА НА ПАРАЛЕЛОГРАМИ

1. а) 64° ; б) 26° ;
2. 94° и 86° ;
3. $d = 10 \text{ cm}$;
4. $d = 14 \text{ cm}$;
5. 90° ;
6. 45° ;
7. $\angle A = 44^\circ$, $\angle B = 136^\circ$, $\angle C = 44^\circ$, $\angle D = 136^\circ$;
8. $\angle A = 52^\circ$, $\angle B = 128^\circ$, $\angle C = 52^\circ$, $\angle D = 128^\circ$;
9. $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 135^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $\angle D = 135^\circ$;
10. $\angle A = 72^\circ$, $\angle B = 108^\circ$, $\angle C = 72^\circ$, $\angle D = 108^\circ$;

11. $\angle DAB = \angle BCD = 62^\circ$; $\angle ABC = \angle CDA = 118^\circ$;

12. $\angle DAB = \angle BCD = 60^\circ$; $\angle ABC = \angle CDA = 120^\circ$;

13. $L = 12\sqrt{2} \text{ cm}$;

10. СВОЈСТВА НА ТРАПЕЗ И ДЕЛТОИД

1. $m = 13 \text{ cm}$;

2. $b = 5 \text{ cm}$;

3. $\beta = 127^\circ$, $\delta = 66^\circ$;

4. $\alpha = 71^\circ$, $\beta = 48^\circ$;

5. а) $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 55^\circ$, $\gamma = 125^\circ$, $\delta = 125^\circ$, б) $\alpha = 56^\circ$, $\beta = 56^\circ$, $\gamma = 124^\circ$, $\delta = 124^\circ$;

6. $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$, $\delta = 120^\circ$;

7. $L = 26 \text{ cm}$;

8. $h = 6 \text{ cm}$;

9. $m = 7,5 \text{ cm}$;

10. $\angle A = 48^\circ$, $\angle D = 132^\circ$, $\angle B + \angle C = 180^\circ$;

11. $\angle A = \angle B = 70^\circ$, $\angle C = \angle D = 110^\circ$;

12. а) $\angle D = \angle B = 95^\circ$, б) $\angle D = \angle B = 97^\circ 30'$;

13. $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 110^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, $\angle D = 110^\circ$;

14. $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 126^\circ$, $\angle C = 48^\circ$, $\angle D = 126^\circ$;

15. $\angle A = 123^\circ$, $\angle B = 77^\circ$, $\angle C = 83^\circ$, $\angle D = 77^\circ$ или $\angle A = 77^\circ$, $\angle B = 123^\circ$, $\angle C = 37^\circ$, $\angle D = 123^\circ$;

16. $\angle B = \angle D = 96^\circ$;

17. $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 64^\circ$, $\angle C = 100^\circ$, $\angle D = 96^\circ$;

18. $a = 15 \text{ cm}$, $b \approx 18,36 \text{ cm}$;

11. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВА ТЕОРЕМА КАЈ ПАРАЛЕЛОГРАМИ

1. а) $a = 21 \text{ cm}$, б) $a = 7,5 \text{ dm}$;

2. $P = 48 \text{ cm}^2$;

3. $R = 2 \text{ cm}$;

4. $d = 50 \text{ cm}$;

5. а) $b = 60 \text{ cm}$, $a = 91 \text{ cm}$. б) $d = 109 \text{ cm}$;

6. $P = 2250 \text{ cm}^2$;

7. He;

8. $d = 5\sqrt{2} \text{ cm}$;

9. $d = 10\sqrt{2} \text{ cm}$;

10. $L = 18\sqrt{2} \text{ cm}$, $P = 140,5 \text{ cm}^2$;

11. $d = 6\sqrt{2} \text{ cm}$;
12. $d = 12 \text{ cm}$;
13. $d = \sqrt{74} \text{ cm}$, $L = 24 \text{ cm}$, $P = 35 \text{ cm}^2$;
14. $d = 5\sqrt{10} \text{ cm}$, $L = 44 \text{ cm}$;
15. $L = 6\sqrt{5} \text{ cm}$, $P = 10 \text{ cm}^2$;
16. $d = \sqrt{137} \text{ cm} \approx 11,7 \text{ cm}$, $P = 44 \text{ cm}^2$;
17. $d = \sqrt{246} \text{ cm} \approx 15,68 \text{ cm}$, $L = 20\sqrt{3} \text{ cm}$;
18. $d = 3\sqrt{29} \text{ cm} \approx 16,16 \text{ cm}$, $P = 90 \text{ cm}^2$;
19. $d = 9\sqrt{10} \text{ cm} \approx 28,46 \text{ cm}$, $P = 243 \text{ cm}^2$;
20. $d = 2\sqrt{58} \text{ cm} \approx 15,23 \text{ cm}$, $P = 84 \text{ cm}^2$;
21. не;
22. $L = 20 \text{ cm}$;
23. а) $L = 68 \text{ cm}$; б) $L = 136 \text{ cm}$;
24. а) $d_2 = 30 \text{ cm}$; б) $d_2 = 48 \text{ cm}$;
25. а) $a = 6 \text{ cm}$, б) $d_2 = 6\sqrt{2} \text{ cm}$;
26. $a = 4\sqrt{3} \text{ cm}$.

12. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВА ТЕОРЕМА КАЈ ТРАПЕЗ И ДЕЛТОИД

1. $c = 17 \text{ cm}$;
2. $a = 25 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$;
3. $a = 16 \text{ cm}$;
4. а) $c = 6\sqrt{2} \text{ cm}$, б) $\angle A = \angle B = 45^\circ$, $\angle C = \angle D = 135^\circ$;
5. $m = 41 \text{ cm}$;
6. $\overline{BC} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$;
7. $L = (7 + 3\sqrt{3}) \text{ cm}$;
8. $h = 2 \text{ cm}$.

13. КОНСТРУКЦИЈА НА ПАРАЛЕЛОГРАМИ (КВАДРАТ, РОМБ И ПРАВОАГОЛНИК)

1. $1^\circ \angle XAY = 50^\circ$, $2^\circ k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, $3^\circ k_2(A, b) \cap AY = \{D\}$, $4^\circ k_3(D, a) \cap k_4(B, b) = \{C\}$, 5° ABCD е бараниот паралелограм;

2. 1° AX - полуправа, 2° $k_1(A, d_1) \cap AX = \{C\}$, 3° $\angle XCY = 100^\circ$, 4° $k_2(C, d_2) \cap CY = \{M\}$, 5° s – симетрала на AC, $s \cap AC = \{S\}$, 6° $m \parallel CM$, $S \in m$, 7° $m \cap k_3(S, \frac{d_2}{2}) = \{B, D\}$, 8° ABCD е бараниот паралелограм;
3. 1° AX - полуправа, 2° $k_1(A, 2a) \cap AX = \{M\}$, 3° $k_2(A, d_1) \cap k_3(M, d_2) = \{C\}$, 4° s – симетрала на AC, $s \cap AC = \{S\}$, 5° $m \parallel CM$, $S \in m$, 6° $m \cap AM = \{B\}$, 7° $k_4(S, \overline{SB}) \cap m = \{D\}$, 8° ABCD е бараниот паралелограм;
4. 1° $\angle XAY = 38^\circ$, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, d_1) \cap AY = \{C\}$, 4° $k_3(C, a) \cap k_4(A, \overline{BC}) = \{D\}$, 5° ABCD е бараниот паралелограм;
5. 1° $\angle XAY = 30^\circ$, 2° $k_1(A, d_1) \cap AX = \{C\}$, 3° $\angle ACZ = 35^\circ$, 4° $AY \cap CZ = \{D\}$, 5° $k_2(A, \overline{AD}) \cap k_3(C, \overline{CD}) = \{B\}$, 6° ABCD е бараниот паралелограм;
6. 1° $\angle XAY = 90^\circ$, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, h) \cap AY = \{M\}$, 4° $m \perp AY$, $M \in m$, 5° $m \cap k_3(A, d_1) = \{C\}$, 6° $k_4(C, a) \cap k_5(A, \overline{BC}) = \{D\}$, 7° ABCD е бараниот паралелограм;
7. 1° AX - полуправа, 2° $k_1(A, d_1) \cap AX = \{C\}$, 3° s – симетрала на AC, $s \cap AC = \{S\}$, 4° $k_2(S, \frac{d_2}{2}) \cap s = \{B, D\}$, 5° ABCD е бараниот ромб;
8. 1° AX- полуправа, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, b) \cap AY = \{D\}$, 4° $k_3(D, a) \cap k_4(B, b) = \{C\}$, 5° $AC \cap BD = \{O\}$, 6° k (O, $\overline{OA}$) е опишана кружница околу правоаголникот;
9. 1° AX- полуправа, 2° $k_1(A, d) \cap AX = \{C\}$, 3° s – симетрала на AC, $s \cap AC = \{O\}$, 4° k (O, $\overline{OA}$) - е опишана кружница околу правоаголникот, 5° $B \in k$, B произволна точка од кружницата, 6° $BS \cap k(O, \overline{OA}) = \{D\}$, 7° ABCD е бараниот правоаголник;
10. 1° AX- полуправа, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $\angle ABY = 90^\circ$, 4° $k_2(A, d) \cap BY = \{C\}$, 5° $k_3(B, d) \cap k_4(A, \overline{BC}) = \{D\}$, 6° ABCD е бараниот правоаголник, 7° $AC \cap BD = \{O\}$, 8° k (O, $\overline{OA}$) - е опишана кружница околу правоаголникот;
11. 1° AX- полуправа, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $\angle ABY = 90^\circ$, 4° $\angle BAZ = 40^\circ$, 5° $AZ \cap BY = \{C\}$, 6° $k_2(A, \overline{BC}) \cap k_3(C, a) = \{D\}$, 7° ABCD е бараниот правоаголник;
12. 1° AX- полуправа, 2° $k_1(A, d) \cap AX = \{C\}$, 3° s – симетрала на AC, $s \cap AC = \{S\}$, 4° $\angle ASZ = 130^\circ$, 5° $k_2(S, \frac{d}{2}) \cap SZ = \{B, D\}$, 6° ABCD е бараниот правоаголник;
13. 1° AX - полуправа, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, d_1) \cap k_3(B, a) = \{C\}$, 4° $k_4(A, a) \cap k_5(C, a) = \{D\}$, 5° ABCD е бараниот ромб;
14. 1° $\angle XAY = 90^\circ$, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, h) \cap AY = \{M\}$, 4° $m \perp AY$, $M \in m$, 5° $m \cap k_3(A, a) = \{D\}$, 6° $k_4(D, a) \cap k_5(B, a) = \{C\}$, 7° ABCD е бараниот ромб;
15. 1° $\angle XAY = 70^\circ$, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, a) \cap AY = \{D\}$, 4° $k_4(D, a) \cap k_5(B, a) = \{C\}$, 5° ABCD е бараниот ромб;
16. а) 1° $\angle XAY = 90^\circ$, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, a) \cap AY = \{D\}$, 4° $k_4(D, a) \cap k_5(B, a) = \{C\}$, 5° ABCD е бараниот квадрат;
- б) 1° AX- полуправа, 2° $k_1(A, d) \cap AX = \{C\}$, 3° s – симетрала на AC, $s \cap AC = \{S\}$, 4° $k_2(S, \frac{d}{2}) \cap s = \{B, D\}$, 5° ABCD е бараниот квадрат;
17. 1° $\angle XAY = 90^\circ$, 2° $k_1(A, a) \cap AX = \{B\}$, 3° $k_2(A, a) \cap AY = \{D\}$, 4° $k_4(D, a) \cap k_5(B, a) = \{C\}$,

5° $AC \cap BD = \{S\}$, 6° $k(S, \overline{SA})$ - е опишана кружница околу квадратот;

18. 1° AX - полуправа, 2° $k_1(A, d) \cap AX = \{C\}$, 3° s – симетрала на AC , $s \cap AC = \{S\}$,

4° $k_2(S, \frac{d}{2}) \cap s = \{B, D\}$, 5° $k(S, \overline{SA})$ - е опишана кружница околу квадратот;

14. 3Д ФОРМИ

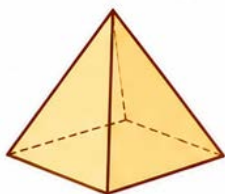
1. а) Телата се: триаголна пирамида, четириаголна пирамида, петтоаголна пирамида, шестоаголна пирамида, петтоаголна призма, коцка, квадар, триаголна призма и шестоаголна призма.

б), в), г)

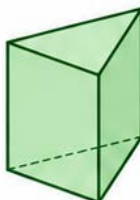
полиедар	сидови	рабови	темиња	просторни дијагонали
Триаголна пирамида	4	6	4	0
Четириаголна пирамида	5	8	5	0
Петтоаголна пирамида	6	10	6	0
Шестоаголна пирамида	7	12	7	0
Петтоаголна призма	7	15	10	10
Коцка	6	12	8	4
Квадар	6	12	8	4
Триаголна призма	5	9	6	0
Шестоаголна призма	8	18	12	18

д) Просторни дијагонали имаат: петтоаголната призма, коцката, квадарот и шестоаголната призма. Триаголната призма нема просторни дијагонали, а немаат ниту пирамидите.

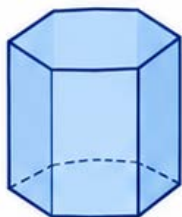
2. а) 5 сиду, 8 раба



б) 5 сиду, 9 раба



3. а) 12 основни рабови



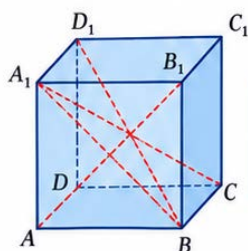
б) 10 основни рабови



4. а) 30 бочни рабови, б) 20 бочни рабови;

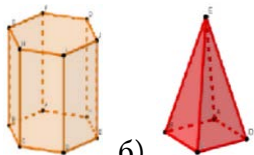
5. а) 51 теме, б) 160 темиња

6.



7. а) 10, б) 18;

8. триаголна призма;



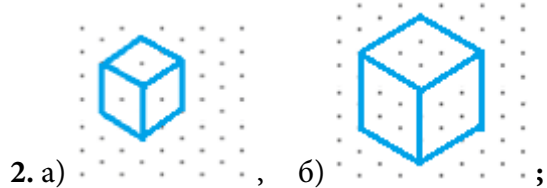
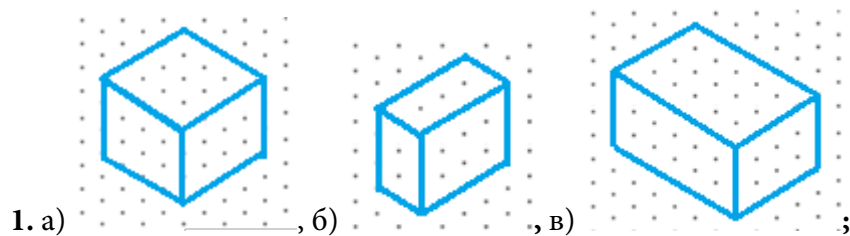
9. а) , б) ;

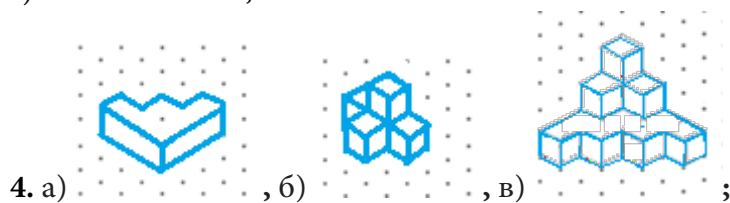
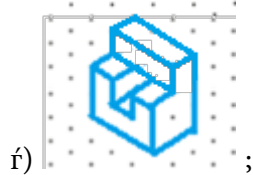
10. а) рамностран триаголник, б) рамностран триаголник, в) правилен петаголник, г) квадрат, д) рамностран триаголник;

11.

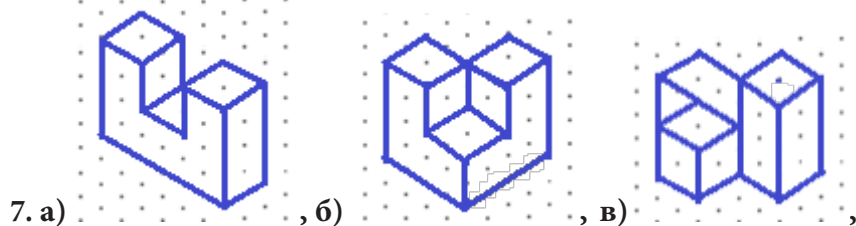
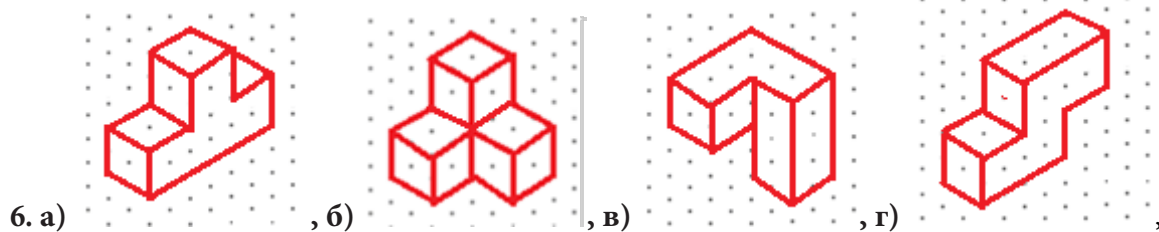
	име	сидови	рабови	темиња	мрежа
	тетраедар	4	6	4	
	коцка	6	12	8	
	октаедар	8	12	6	
	додекаедар	12	30	20	
	икосаедар	20	30	12	

15. ИЗОМЕТРИСКИ ЦРТЕЖ

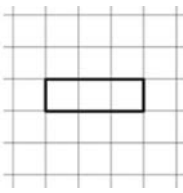
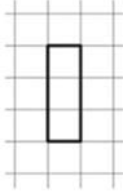
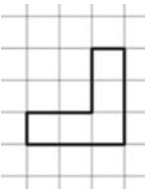
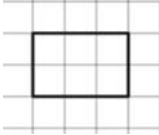
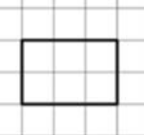
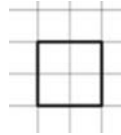
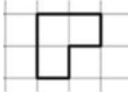
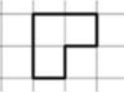
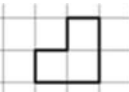


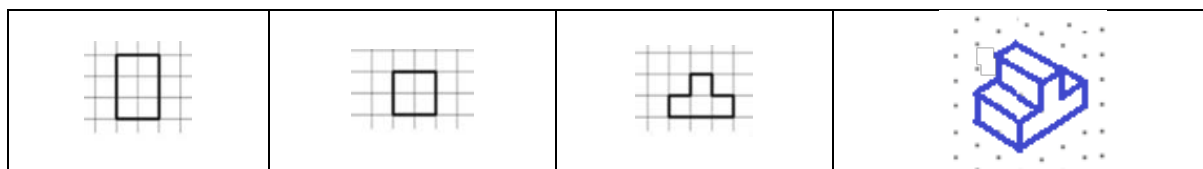


5. а) 10 правоаголници; б) 18 правоаголници, 2 квадрати, в) 17 правоаголници, 7 квадрати,

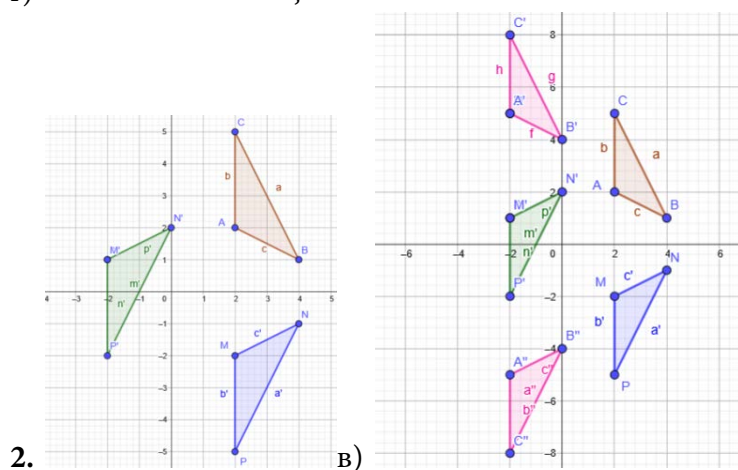
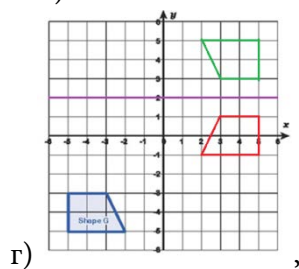
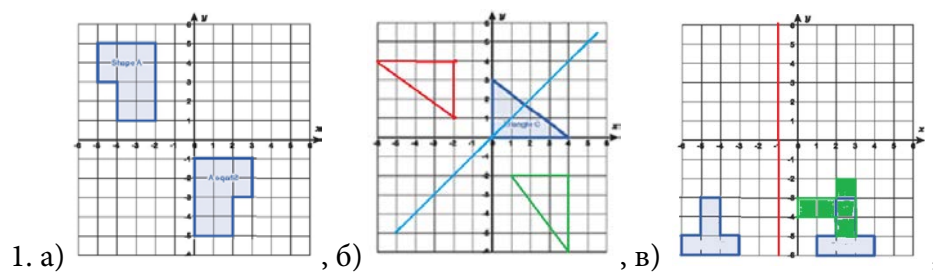


8.

План	Предна проекција	Странична проекција	3Д-формата на изометриска хартија
			
			
			

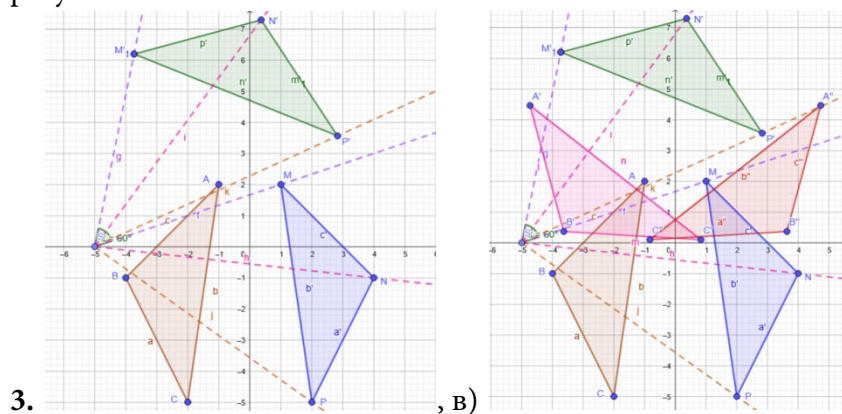


16. КОМБИНАЦИЈА НА ГЕОМЕТРИСКИ ТРАНСФОРМАЦИИ



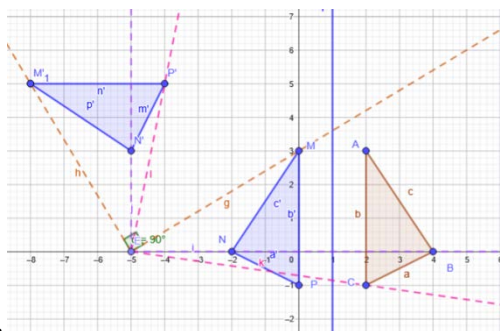
обратниот редослед не дава ист

результат



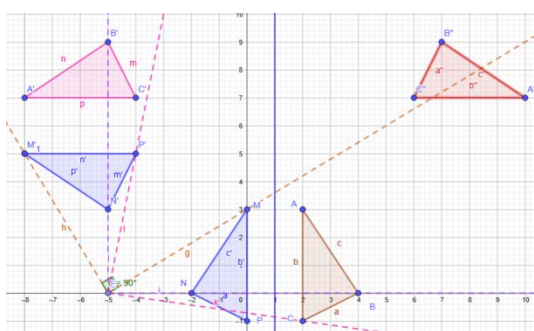
обратниот редослед не

дава ист резултат

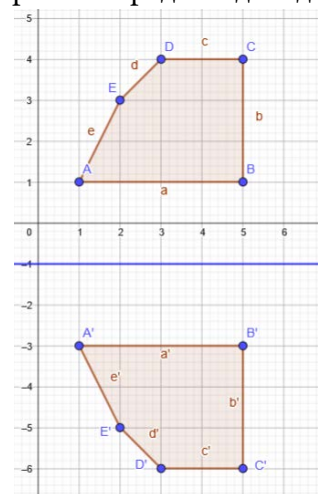


4.

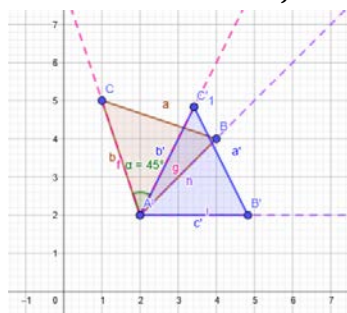
в)



обратниот редослед не дава ист резултат

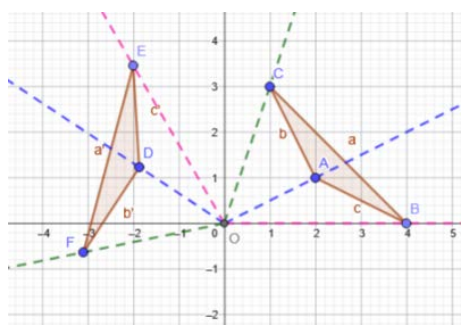
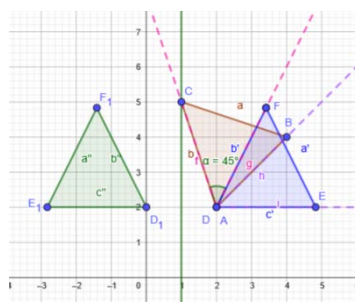


5.



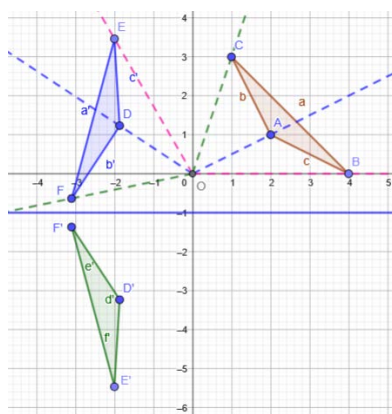
6. а)

, б)

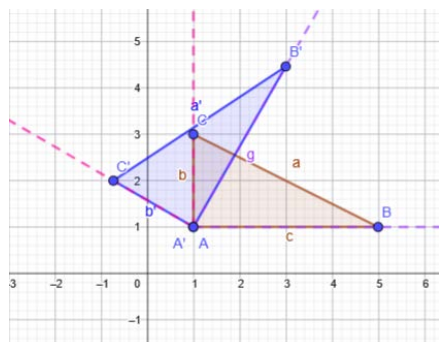


7. а)

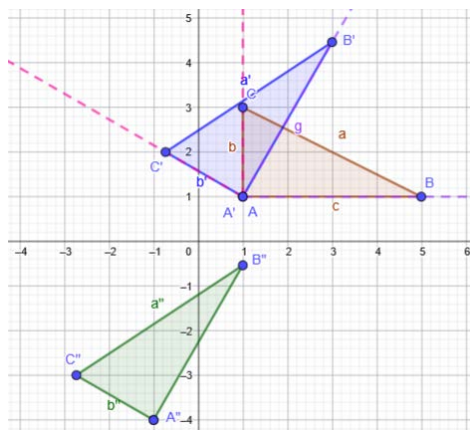
, б)



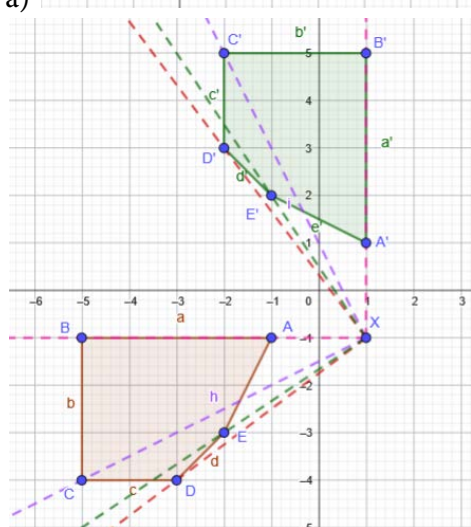
8. a)



, б)

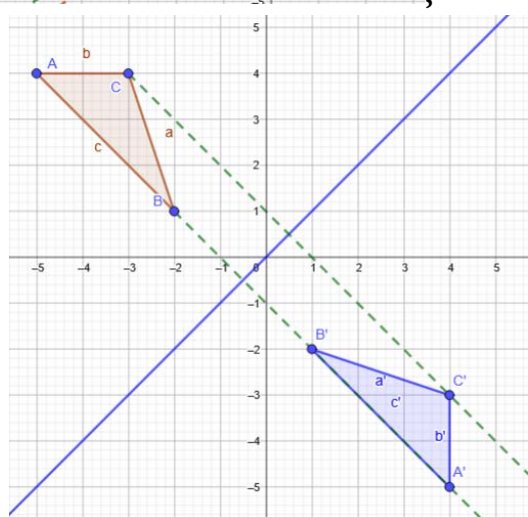


9.

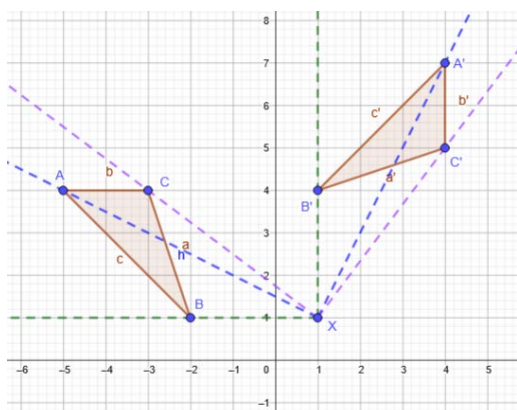


,

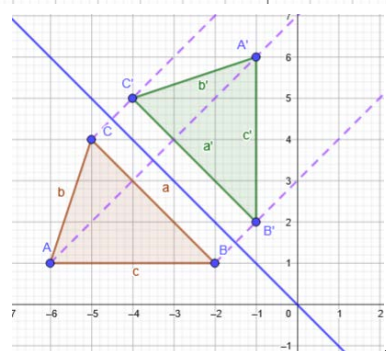
10. a)



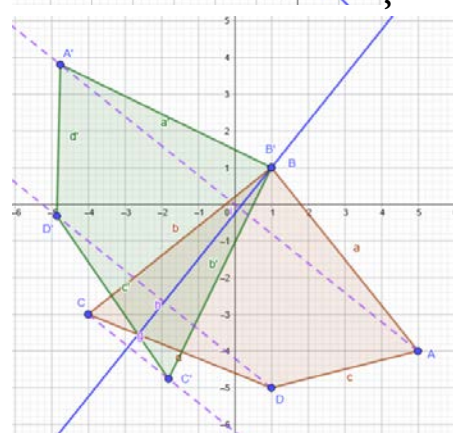
,



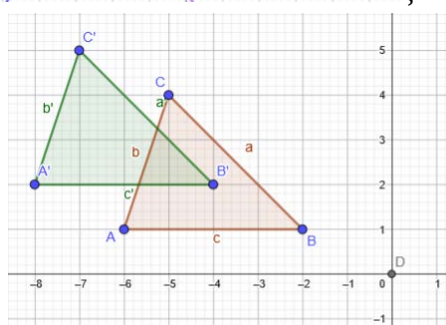
6)



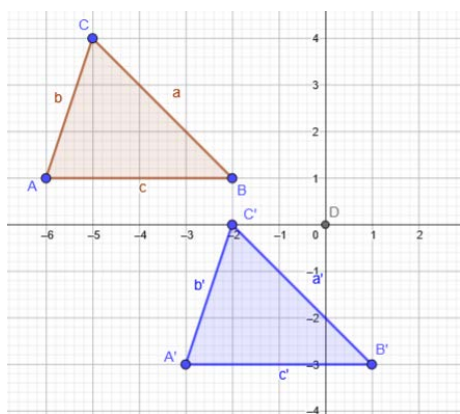
11.



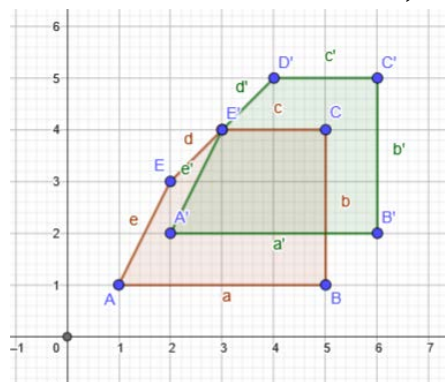
12.



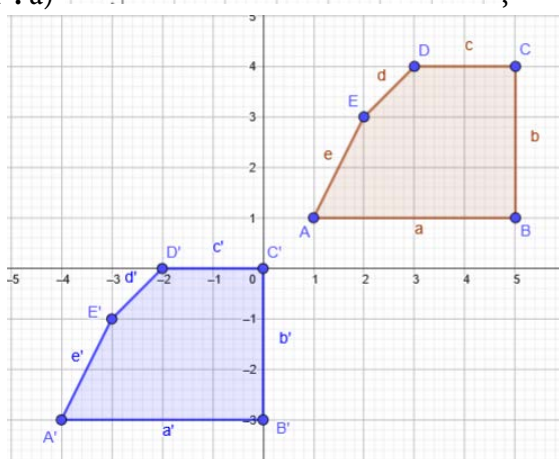
13*. a)



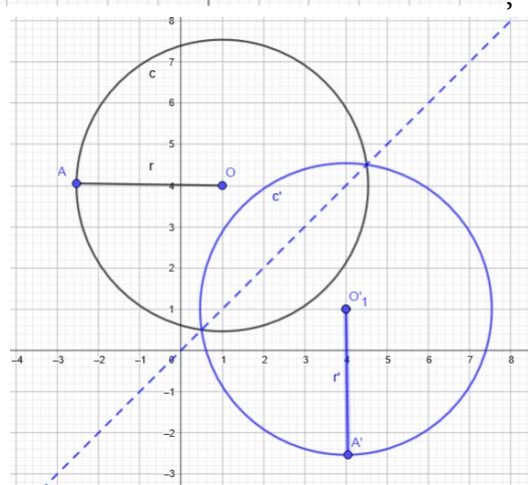
6)



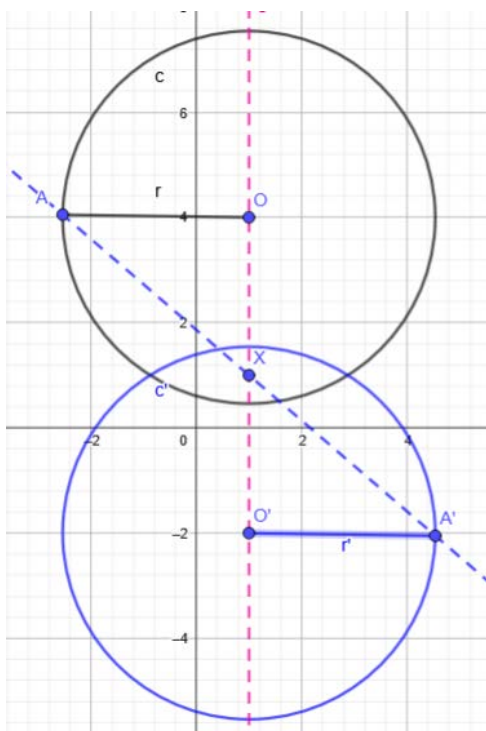
14*. a)



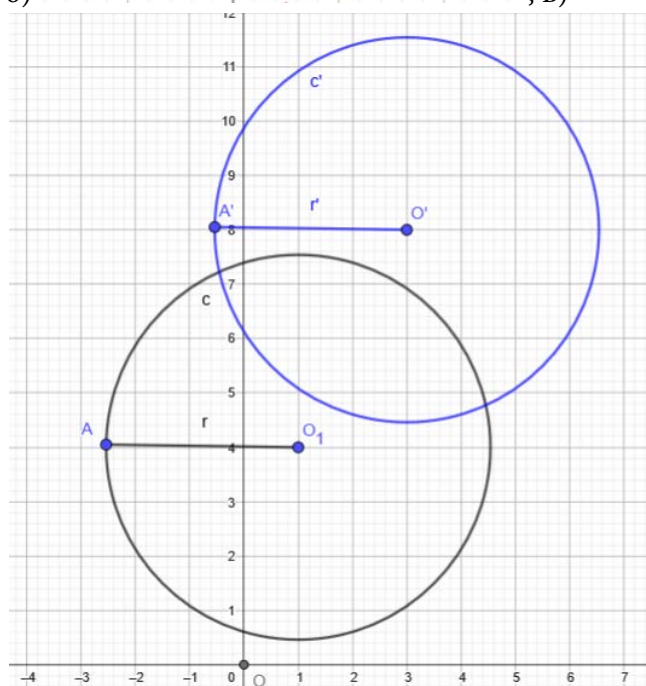
6)



15*. a)



б) , в)



17. ОПИШУВАЊЕ ТРАНСФОРМАЦИИ

1. а) ротација со центар $O(0,0)$ и агол на ротација 180° , б) осна симетрија во однос на x - оска, три единици на лево, в) осна симетрија во однос на y - оска, три единици на десно и две единици нагоре, г) транслација за 5 единици во лево и 6 единици нагоре, апотоа осна симетрија со y -оска, д) осна симетрија во однос на x - оска , а потоа танслација за 10 единици во лево, $\acute{r}$)

осна симетрија со оска $x = 5$, а потоа со оска $y = -1$, е) осна симетрија во однос на x – оска, а потоа транслација за 10 единици на десно.

2. а) ротација со центар $(-1,0)$ и агол 90° , б) транслација за 8 единици во лево, а потоа ротација со центар $(-4,-3)$ и агол 90° , в) ротација со центар $(6,4)$ и агол -90° , а потоа ротација со центар $(1,4)$ и агол 180° , г) транслација за 8 единици во лево, а потоа ротација со центар $(-4,-3)$ и агол -90° , д) ротација со центар $(1,-2)$ и агол 180° , ё) ротација со центар $(0,-2)$ и агол 180° , а потоа ротација со центар $(4,-3)$ и агол 90° , е) транслација за 10 единици во лево и 10 единици надолу, а потоа ротација со центар $(-4,-3)$ и агол 90° ,

3. а) ротација со центар $(0,0)$ и агол -90° , б) ротација со центар $(0,0)$ и агол 90° , в) ротација со центар $(0,0)$ и агол 180° , г) ротација со центар $(1,1)$ и агол -90° ,

д) ротација со центар $(2,0)$ и агол 180° , ё) ротација со центар $(-4,-3)$ и агол -90°

4. ротација со центар $(3,4)$ и агол 90° ,

5. ротација со центар $(3,2)$ и агол 90°

6. а) Триаголник 1: $A_1(6, 4)$, $B_1(9, 4)$, $C_1(7, 7)$, Триаголник 2: $A_2(6, 4)$, $B_2(6, 7)$, $C_2(3, 5)$

Триаголник 3: $A_3(6, 4)$, $B_3(6, 1)$, $C_3(3, 3)$

б) Од ABC до Триаголник 1 е

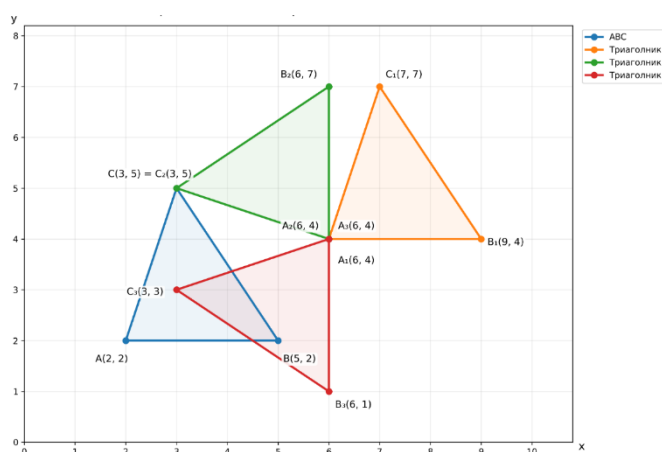
извршена транслација за 4 единици надесно и 2 единици нагоре.

в) Од Триаголник 1 до Триаголник 2 е извршена ротација за 90° спротивно од насоката на движење на стрелките на часовникот, со центар во $A_1(6, 4)$.

г) Од Триаголник 2 до Триаголник 3 е извршена осна симетрија во однос на правата $y = 4$.

д) Да. Триаголникот $A_3B_3C_3$ може да се добие директно од ABC со две

трансформации: прво осна симетрија во однос на правата $y = -x$, а потоа транслација за 8 единици надесно и 6 единици нагоре.



7. а) Координатите се:

ABCD: $A(1,1)$, $B(5,1)$, $C(5,3)$, $D(1,3)$

$A_1B_1C_1D_1$: $A_1(4,5)$, $B_1(8,5)$, $C_1(8,7)$, $D_1(4,7)$

$A_2B_2C_2D_2$: $A_2(4,5)$, $B_2(0,5)$, $C_2(0,3)$, $D_2(4,3)$

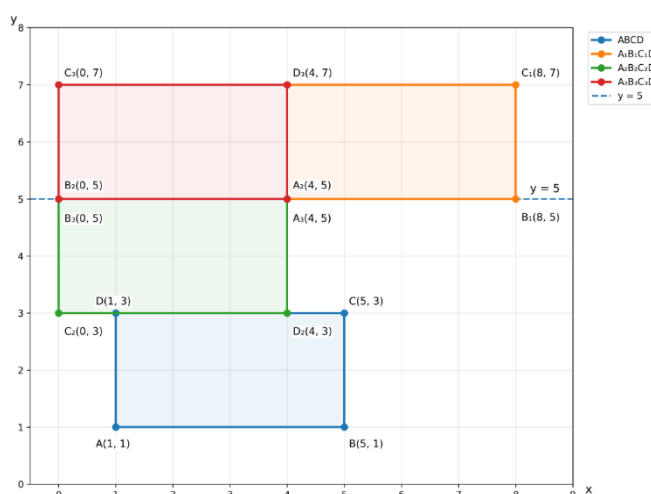
$A_3B_3C_3D_3$: $A_3(4,5)$, $B_3(0,5)$, $C_3(0,7)$, $D_3(4,7)$

б) Првата трансформација е

транслација за 3 единици надесно и 4 единици нагоре.

в) При ротација за 180° околу точката $A_1(4,5)$, правоаголникот се завртува за половина круг. Неговите форма и големина остануваат исти, но неговата положба се менува и се наоѓа на

спротивната страна од центарот на ротација. Точката A_1 останува неподвижна.



г) Третата трансформација е осна симетрија во однос на правата $y = 5$. Точките $A_2(4,5)$ и $B_2(0,5)$ лежат на правата $y = 5$, па остануваат на истото место. Точките $C_2(0,3)$ и $D_2(4,3)$ се на 2 единици под правата и преминуваат во $C_3(0,7)$ и $D_3(4,7)$, на 2 единици над неа.

д) Не, воопшто не мора да се добие истата крајна положба ако се промени редоследот. Геометриските трансформации не се секогаш заменливи по редослед: транслација, ротација и осна симетрија извршени по друг ред можат да го постават правоаголникот на друго место или во друга насока.