

## 1.4\* Квантификатори и предикати

1. Запиши ги со зборови следните искази.

- а)  $(\forall x)(x^2 > 0)$       б)  $(\exists y)(y^2 - 4 = 0)$       в)  $(\forall a)(\exists b)(a < b)$   
 г)  $(\exists y)(y > 1 \wedge y < 2)$       д)  $(\forall x \in A)(\exists y \in A)(2x + y = 2)$   
 е)  $(\exists x \in \mathbb{N})(x = 1)$       ж)  $(\exists x \in \mathbb{N})(x > 5)$       з)  $(\exists x \in \mathbb{N})(x = 1 \vee x > 5)$   
 и)  $(\forall x)(x = 1 \vee x \neq 1)$       к)  $(\forall x)(x \in \mathbb{Z} \wedge x \in \mathbb{N})$

2. Со помош на квантификатори запиши ги следните математички формули.

- а) Постои некој  $x$  за кој  $x^3 + 1 = 0$ .  
 б) Постои природен број  $x$  за кој е точно равенството  $x + 1 = 3$ .  
 в) За секое  $a$  и за секое  $b$  важи  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .  
 г) Постои некој  $x$  и некој  $y$  за кои е исполнето  $x^2 - y^2 = 11$ .  
 д) За секој  $x$  постои некој  $y$  така што важи  $x + 2y = 5$ .  
 е) Постои некој  $x$  така што за секој  $y$  важи условот  $x \cdot y = 0$ .

3. Со помош на квантификатори запиши го исказот: „За секој број  $x$  постои број  $y$  што е еднаков на квадратот од бројот  $x^2$ “. Потоа, запиши ја негацијата на исказот и одреди кој од дадените искази е вистинит.

4. Со помош на квантификатори запиши дека постои реален број нула, што при собирање со произволен број го дава истиот тој број.

5. Со помош на квантификатори запиши дека за секој реален број постои спротивен број во однос на операцијата собирање.

6. Со помош на квантификатори и формули запиши ги следните реченици.

- а) Збирот на кои било два природни броја е природен број.  
 б) Производот на два цели броја е цел број.  
 в) Од секој природен број постои природен број поголем од него.  
 г) За секој цел број  $x$  постои точно еден цел број  $y$  така што  $x + y = 5$ .

7. Со помош на квантификатори и формули запиши ги следните реченици.

- а) Секој природен број помал од 4 е помал од 6.  
 б) Равенството  $3 + x = 6$  има точно едно реално решение.  
 в) За секој реален број  $x$  поголем од 2 следува дека  $x$  е поголемо од 2.

Предикат од една, две или повеќе константи или променливи означува својства или релација помеѓу елементите на предикатот.

**Решен пример:** Искажи го со зборови значењето на предикатот во дадените формули.

- а) купи(Нина, ДВД) значи „Нина си купи ДВД“.  
 б)  $(\exists x)$  купи(Нина,  $x$ ) значи „Нина си купи нешто“.  
 в)  $(\forall x)$  купи(Ана,  $x$ )  $\Rightarrow$  купи(Нина,  $x$ ) значи „Нина купи сè што купи Ана“.  
 г)  $(\forall x)$  купи(Ана,  $x$ )  $\Rightarrow$   $(\forall x)$  купи(Нина,  $x$ ) значи „Ако Ана купи сè, тогаш и Нина ќе купи сè“.  
 д)  $(\forall x)(\exists y)$  купи( $x, y$ ) значи „Секој купил по нешто“.  
 е)  $(\exists x)(\forall y)$  купи( $x, y$ ) значи „Некој купил сè“.

7. Запиши ги со формули и предикати дадените тврдења.

- а) Сите ученици се паметни.      б) Постои еден човек.      в) Постои еден паметен ученик.  
 г) Секој човек сака некој човек.      д) Секој човек сака друг човек.  
 е) Постои ученик кој е сакан од секој друг ученик.  
 ж) Бојан е ученик.      з) Бојан има предмети историја или физика, но не и двата.  
 и) Бојан има предмети историја и физика.      к) Бојан нема предмет физика.  
 л) Ниту еден ученик не го сака Бојан.

За предикатите можеме да ја одредиме вистинитосната вредност. На пример, нека  $x$  е прост број и нека  $P(x)$  е предикат од  $x$ .  $P(2) = \text{Т}$  бидејќи 2 е прост број,  $P(4) = \perp$  бидејќи 4 не е прост број.

8. Даден е предикатот  $Q(x, y): x + 5 > y$ . Одреди ја вистинитосната вредност на исказите.

- а)  $Q(3, 7)$       б)  $Q(1, 6)$       в)  $Q(2, 2)$