

1.3 Логички закони

Во задачите од 1 до 13 докажи дека наведените закони се тавтологии.

1. а) $p \wedge T \Leftrightarrow p$ б) $p \wedge T \Leftrightarrow \perp$ в) $p \vee T \Leftrightarrow T$ г) $p \wedge \perp \Leftrightarrow p$

2. Идемпотентност на операциите \wedge и \vee .

а) $p \wedge p \Leftrightarrow p$ б) $p \vee p \Leftrightarrow p$

3. Комутативност на операциите \wedge и \vee .

а) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ б) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

4. Асоцијативност на операциите \wedge и \vee .

а) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ б) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

5. Апсорпција на \vee во однос на \wedge , односно на \wedge во однос на \vee .

а) $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ б) $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

6. Дистрибутивност на \vee во однос на \wedge , односно на \wedge во однос на \vee .

а) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ б) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

7. Закон за исклучување на третото: $p \vee (\neg p)$.

8. Закон за непротивречност: $\neg(p \wedge \neg p)$.

9. Де Морганови закони: а) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee (\neg q)$ б) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge (\neg q)$.

10. Закон на контрапозиција: $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow (\neg p))$.

11. Закон за импликација: $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$.

12. Закон за двојна негација: $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$.

13. Закон за еквиваленција: $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p))$.

14. Користејќи ги Де Моргановите закони, одреди ја негацијата на следните формули

а) $\neg p \vee q$ б) $\neg p \wedge q$

15. Запиши ја негацијата на следните искази користејќи ги Де Моргановите закони.

а) Врне дожд и студено е. б) Ке ја научам лекцијата или ќе препишувам. в) Ке вечерам риба или месо.

16. Упрости ги следните исказни формули користејќи ги логичките закони.

а) $\neg(\neg p \vee q) \vee (r \Rightarrow \neg s)$ б) $(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow \neg r)$ в) $p \Rightarrow (q \wedge r)$

17. Упрости ги следните исказни формули користејќи ги логичките закони.

а) $(p \vee q) \Rightarrow r$ б) $\neg((p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)))$ в) $p \vee (\neg q \wedge (r \Rightarrow \neg p))$

г) $\neg(((p \Rightarrow q) \Rightarrow p) \Rightarrow p)$ д) $\neg(p \vee (p \Rightarrow q))$

18*. Користејќи ги логичките закони, докажи:

а) $(p \wedge q) \Rightarrow r \Leftrightarrow p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ б) $(q \vee r) \Rightarrow p \Leftrightarrow (q \Rightarrow p) \wedge (r \Rightarrow p)$

19*. Дадено е тврдењето на Сократ: „Ако сум виновен, тогаш треба да бидам казнет“ коешто е логички точно според законот Модус поненс. Утврди дали се логички точни или неточни и според кој логички закон, следните тврдења:

а) Ако не сум виновен, тогаш не треба да бидам казнет.

б) Ако треба да бидам казнет, тогаш сум виновен.

в) Ако не треба да сум казнет, тогаш не сум виновен.