

## 1.1 Искази

1. Одреди кои од следните реченици се искази.

- а)  $3 + 5$       б) 10 е прост број.      в) Математиката е тешка наука.  
 г) Заврти го листот!      д) Нил Армстронг бил на Месечината.  
 е) Во вселената постојат повеќе планети со свесни суштества.  
 ж) Дали ќе одиме утре на излет?      з) Скопје е главен град на Република Македонија.  
 з) Крушката е најкусно овошје.      с)  $x - 6 = 0$ .      и) Студено е.  
 ј)  $5 > 9$       к) Здраво!      л) Колку е  $12 - 7$ ?      љ) Исклучи ја музиката или ќе викам!

2. Одреди кој од наведените искази е вистинит.

- а) Минутата има 60 секунди.      б)  $2 + 3 = 6$       в) Не е вистина дека  $\frac{1}{2}$  е цел број.  
 г) Секој триаголник е правоаголен.      д) Бројот 4 е поголем од бројот 9.  
 е) Парните броеви се деливи со 4.      ж) Секоја година има 365 дена.      с) Не е вистина дека мај има 30 дена.  
 ж)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2+4}{7}$       з) Секоја година има 365 дена.      с) Не е вистина дека мај има 30 дена.

3. Одреди кои од следните искази се елементарни, а кои се сложени.

- а)  $5 \cdot 2 - 3 = 4$       б) Бројот 5 е прост број и бројот 5 не е делив со 7.  
 в) Ако еден број е негативен, тогаш тој број е помал од нула.  
 г) Двоцифрените броеви се поголеми од девет.      д) Накрните агли се еднакви.  
 е) Ако  $x = 0$ , тогаш  $x + 8 = 8$ .      е)  $6 > 11$  или бројот 8 е парен број.

## 1.2 Операции со искази. Исказни формули

1. Следните реченици запиши ги со симболите на логички оператори.

- а) Не  $q$  или  $p$ .      б) Не е  $q$  и не е  $p$ .      в) Ако не е  $p$  тогаш  $q$ .      г) Од  $p$  следи не  $q$ .  
 д) Ако од не  $q$  следува  $p$ , тогаш од  $p$  следува не  $q$ .      е)  $p$  е ако и само ако не  $q$ .  
 ж) Ако од не  $p$  следи  $q$  еквивалентно со  $q$ .

2. Одреди кои од следните искази се вистинити.

- а)  $2 > 1 \wedge 2 + 2 = 4$       б)  $2 > 1 \wedge$  збирот на агли во триаголник е  $360^\circ$ .  
 в) Секој триаголник е правоаголен или рамностран.  
 г) Во Африка има слоновии или секогаш врне дожд.

3. Одреди кои од следните искази се вистинити или неистинити.

- а) Ако  $1 = 2$ , тогаш секој исказ е точен.  
 б) Ако некој човек се вика Петар, тогаш секој човек се вика Петар.  
 в) Ако секој четириаголник е квадрат, тогаш  $2 < 1$ .  
 г) Ако  $\frac{1}{2}$  е рационален број, тогаш морската вода е солена.

4. Одреди ја вистинитосната вредност на исказите.

- а) За секој два реални броја  $x$  и  $y$  важи  $xy > 0$  ако и само ако  $x > 0$  и  $y > 0$ .  
 б) За реалните броеви  $x$  и  $y$  важи:  $x = y$  ако и само ако  $x^2 = y^2$ .  
 в) Лицето А е син на лицето В ако и само ако лицето В е татко на лицето А.  
 г) Триаголникот е правоаголен ако и само ако збирот од квадратите на две негови страни е еднаков на квадратот на третата страна.  
 д) Негација од „Триаголникот има три темиња или кравите рикаат.“  
 е) Ако  $8 \cdot 7 = 56$ , тогаш бувовите рикаат.  
 ж) Негација на „Ако кругот има  $360^\circ$ , тогаш  $7 \cdot 4 = 28$ .“  
 з) Негација на „Ако бувот крека, тогаш парните броеви се содржатели на 2.“  
 з) Ако  $1 \cdot 5 = 6$ , тогаш овците граќаат или  $36 = 9 \cdot 7$ .  
 с) Негација на  $7 + 4 = 11$  и  $8 + 2 = 10$ .  
 и) Ако кучињата креќаат, тогаш  $30 = 5 \cdot 6$  или кругот има 4 темиња.

5. Напиши ги негациите на следните искази и одреди ја вистинитосната вредност на негацијата.

- а) Бројот 27 е полн квадрат.      б) Секој четириаголник е трапез.  
 в) Бројот 9 е парен број.      г) Бројот 15 е делив со 4.

6. Одреди ја вистиносната вредност на следните искази.

а)  $(5 - 4 = 1) \wedge (-6 < -2)$       б)  $(17,28 : 0,32 - 28,7 = 25,3) \wedge (15,39 + 0,54 \cdot 2,6 = 16,794)$

в)  $\left(3\frac{2}{5} + \frac{4}{7} : \frac{2}{9} = 2\right) \wedge \left(5\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} = 4\right)$       г)  $(2^2 < 3) \wedge (3 \cdot 2 = 6) \wedge (7 - 4 = 3)$

7. Одреди ја вистиносната вредност на следните искази.

а)  $(4 > 2) \vee (7 - 10 = 5)$       б)  $(12 < 15) \vee (x^2 = 1 \text{ за } x=3)$

в)  $(4,01 \cdot 7 - 26,1 : 0,3 = 8,51) \vee (1,6 - 1,386 : 1,32 = 0,55)$

г)  $\left(\frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{6}{5}\right) \vee \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}\right) \vee \left(5 : \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 5\right)$

8. Одреди ја вистиносната вредност на следните искази.

а)  $(2 < 5) \Rightarrow (3 > 7)$       б)  $\left(2,25 - \frac{5}{6} = \frac{13}{12}\right) \Rightarrow \left(1\frac{1}{3} : 3,75 = \frac{16}{45}\right)$

в)  $\left(1\frac{5}{7} \cdot \frac{13}{24} + 3\frac{2}{5} = 4\frac{23}{70}\right) \Rightarrow \left(1,05 : \frac{3}{4} + 2\frac{7}{15} = 3\frac{13}{15}\right)$       г)  $(14 | n) \Rightarrow (7 | n)$

9. Искажи ги со зборови дадените формули, а потоа утврди ја нивната вистинитосна вредност.  $p \Rightarrow q$ .

а)  $p: 3 - 5 = 9$        $q: 3 \cdot 5 = 6$        $p \Rightarrow q$

б)  $p$ : Четириаголникот е квадрат.       $q$ : Тој четириаголник има еднакви агли.       $p \Leftrightarrow q$

в)  $p$ : Бројот  $a$  е природен број.       $q$ : Бројот  $a$  е цел број.       $p \wedge q$

г)  $p$ : Правата  $a$  е паралелна со правата  $b$ .       $q$ : Правата  $b$  е паралелна со правата  $a$ .       $p \vee q$

д)  $p$ : Квадратот има 4 страни.       $q$ : Жабите крекаат.       $\neg(p \vee q)$

ѓ)  $p$ : Гуските мукаат.       $q$ : Кучињата лаат.       $p \Rightarrow q$

е)  $p$ : Парните броеви се содржатели на 2.       $q$ : Жабите крекаат.       $p \wedge q$

10. Запиши ги со помош на симболи следните формули:

а) Ако не е  $p$  или не е  $q$ , тогаш не  $r$

б) Ако не е  $p$  и не е  $q$ , тогаш не  $r$

в) Ако е  $p$  или не е  $q$ , тогаш е  $q$

г) Ако е  $p$ , тогаш не е  $q$  или  $r$

д)  $p$  или не е  $q$  ако и само ако  $r$  или не е  $q$

11. Одреди ги претпоставката и заклучокот во следните импликации.

а) Ако многуаголникот е триаголник, тогаш збирот на неговите агли е  $180^\circ$ .

б) Ако бројот 12 е полн квадрат, тогаш бројот 5 е прост број.

в) Ако производот на два броја е нула, тогаш еден од нив е нула.

г) Ако еден цел број е делив со 2 и со 3, тогаш тој е делив и со 6.

12. Одреди ја вистиносната вредност на следните искази.

а)  $\sqrt[3]{27} = 3$  ако и само ако  $3^3 = 27$       б)  $(2^2 = 5) \Leftrightarrow (3^2 = 6)$

в)  $3 + 6 = 9$  ако и само ако  $8 + 2 = 10$ .      г)  $(12,34 - 3,28 : 0,4 = 4,14) \Leftrightarrow (5,03 \cdot 2,4 - 6,832 = 5,24)$

13. Пополни ги следните вистинитосни табlici.

а)      б)

$p$	$q$	$\neg q$	$p \wedge (\neg q)$
Т	Т		
⊥	⊥		

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
		Т	Т
		⊥	⊥

в)      г)

$p$	$q$	$\neg q$	$p \Rightarrow (\neg q)$
Т		⊥	
⊥		Т	

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg p \Leftrightarrow q$
Т			⊥
⊥			Т

14. Одреди ја вистинитосната вредност на исказите, ако  $p = \text{Т}$ ,  $q = \perp$ .

а)  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p)$       б)  $(p \Rightarrow q) \vee (\neg q)$       в)  $(p \vee q) \Rightarrow (\neg p)$

г)  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q)$       д)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$       ѓ)  $p \vee (p \vee p)$

15. Одреди ја вистинитосната вредност на исказите, ако  $p = \perp$ ,  $q = \top$ .

- а)  $(p \wedge q) \vee (p \wedge q)$     б)  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$     в)  $(p \wedge q) \Rightarrow (\neg q)$   
 г)  $(p \Leftrightarrow q) \vee (\neg p)$     д)  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$     ё)  $(p \vee q) \wedge (p \Leftrightarrow q)$

16. Одреди ја вистинитосната вредност на исказите, ако  $p = \perp$ ,  $q = \perp$ .

- а)  $q \Rightarrow ((\top \Rightarrow p) \Rightarrow \top)$     б)  $((p \wedge q) \wedge \perp) \Rightarrow ((p \vee q) \vee \top)$

17. Дадени се исказите:  $p$ : 3 е прост број;  $q$ : 3 е содржател на 6.

Одреди ја вистинитосната вредност на исказите, а потоа и на следните исказни формули:

- а)  $\neg(p \wedge q) \vee (\neg q)$     б)  $p \Rightarrow (\neg q \vee p)$     в)  $(p \vee \neg q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$     г)  $(\neg q \wedge p) \vee (\neg p \Rightarrow q)$

18. Одреди ја вистинитосната вредност на следните искази и исказни формули.

$$p: 1 - \left(2 - \frac{5}{4}\right) = -\frac{7}{9}, q: 3 - \left(2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 5 \cdot \left(1 - \frac{7}{4}\right) - (5 \cdot 0,2 - 1)\right) = \frac{1}{4}$$

- а)  $p \Rightarrow q$     б)  $\neg p \vee q$     в)  $\neg p \Rightarrow (p \vee \neg q)$     г)  $\neg q \Leftrightarrow p$     д)  $\neg p \Rightarrow (\neg(p \vee \neg q))$

19. Одреди ја вистинитосната вредност на следните искази и исказни формули.

$$p: \frac{3+2x}{3} - \frac{2-3x}{4} = \frac{29}{4} \text{ за } x = 0,5; q: 3(5-y) - 2(y-1) = 1 + 3y, \text{ за } y = 2.$$

- а)  $(p \vee q) \wedge p$     б)  $(p \wedge q) \vee q$     в)  $(\neg p \Rightarrow (\neg q)) \Leftrightarrow (\neg q)$

20. Одреди ја вистинитосната вредност на следните искази и исказни формули:

$$а) p: \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}, q: (-2)^2 = -2^2, r: \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 1,5 \quad (p \vee q) \Leftrightarrow (\neg q \vee r)$$

$$б) p: -\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}, q: \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = 1, r: -2 + \left(3 - \frac{1}{2}\right) = -1 \quad (p \wedge r) \vee (\neg q \Leftrightarrow r)$$

21. Состави вистинитосни табели за следните формули.

- а)  $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$     б)  $(q \vee \neg p) \wedge (\neg q)$     в)  $(\neg q \Leftrightarrow p) \vee (\neg p \Rightarrow q)$   
 г)  $\neg(p \Rightarrow q) \vee (\neg p \wedge (\neg q))$     д)  $(\neg p \wedge q) \Rightarrow \neg(r \vee (\neg q))$     ё)  $(p \Rightarrow (\neg r)) \Leftrightarrow \neg(q \wedge (\neg p))$

22. Испитај дали следните формули се тавтологии.

- а)  $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$     б)  $(\neg p \wedge (\neg q)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$     в)  $p \wedge (p \Rightarrow q)$     г)  $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge (\neg q))$   
 д)  $(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$     ё)  $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

23. Дадена е формулата:  $F(p) = ((\top \Rightarrow p) \Rightarrow \top) \Rightarrow p$ . Пресметај:

- а)  $F(\top)$     б)  $F(\perp)$     в\*)  $F(F(\top))$     г\*)  $F(F(\perp))$

24. За која вредност на  $p$ ,  $q$  и  $r$  исказните формули:

- а)  $p \Rightarrow (q \vee r)$     б)  $(p \vee q) \vee r$     се контрадикторни.

25\*. Формирај вистинитосни табели за формулите.

- а)  $\neg(p \wedge q)$     б)  $p \Leftrightarrow \neg p$     в)  $p \Leftrightarrow (p \vee q)$     г)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow (p \wedge q))$   
 д)  $\neg(p \wedge q) \Rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$     ё)  $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$     е)  $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

26\*. Нека  $p$  е „Марија има компјутер“ и  $q$  е „Марија користи интернет“. Дадените искази запиши ги со логичките оператори  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\vee$  или  $\Leftrightarrow$  и одреди ја нивната вистинитосна вредност, ако  $p = \top$ ,  $q = \perp$ .

- а) Марија има компјутер и Марија не користи интернет.  
 б) Марија нема компјутер или Марија не користи интернет.  
 в) Ако Марија користи интернет, тогаш Марија нема компјутер.  
 г) Ако Марија има компјутер, тогаш Марија користи интернет.  
 д) Марија има компјутер ако и само ако Марија користи интернет.  
 ё) Марија не користи интернет ако и само ако Марија нема компјутер.  
 е) Марија користи интернет или Марија нема компјутер.  
 ж) Марија нема компјутер и Марија користи интернет.