

# 1 Децимални места

„Степен на точност“ или „точност“ е бројот на децимални места со кои работиме.

Можеме да го користиме истиот метод со цел да ги заокружиме децималните броеви на повеќе од две децимали.

- Ја разгледуваме цифрата што се наоѓа на позиција на точност.
- Ако вредноста на цифрата десно од неа е 5 или повеќе, цифрата (на позиција на точност) ја зголемуваме за 1. Ако вредноста е помала од 5, тогаш цифрата останува иста.

## ПРИМЕР

Заокружи ги броевите на дадениот број децимални места.

- а) 23,956 на 1 д.м.
- б) 4,9762 на 2 д.м.
- в) 23,5804 на 3 д.м.
- г) 8,0325 на 3 д.м.

- а) 23,956 е помеѓу 23,9 и 24,0.

Втората децимала е еднаква на 5, па првата децимала треба да ја зголемиме за 1, значи ќе биде 10 (пишуваме 0 и 1 преминува во целиот број).

23,956 е 24,0 на 1 д.м. Нулата на крајот во 24,0 ни кажува дека бројот е заокружен на 1 д.м.

- б) 4,9762 е помеѓу 4,97 и 4,98.

Третата децимала е поголема од 5, па заокружуваме „со вишок“

4,9762 е 4,98 на 2 д.м.

- в) 23,5804 е помеѓу 23,580 и 23,581

Четвртата децимала е помала од 5, па заокружуваме „со кусок“

23,5804 е 23,580 до 3 д.м.

- г) 8,0325 е помеѓу 8,032 и 8,033

Четвртата децимала е поголема или еднаква на 5, па заокружуваме „со вишок“

8,0325 е 8,033 до 3 д.м.

Исто така, треба и да знаеме како да заокружуваме броеви на даден број на **значајни цифри**.

Првата значајна цифра во еден број е првата цифра во бројот што е различна од 0.

На пример: Цифрата 4 е првата значајна цифра во бројот 450.

Цифрата 8 е првата значајна цифра во бројот 0,008402.

За да заокружиме број на друг број со однапред даден број на значајни цифри, се повикуваме на методот објаснет погоре.

- Разгледај ја цифрата што е на позицијата на степенот на точност.
- Ако бројот десно од таа цифра е 5 или повеќе, цифрата се зголемува за 1. Ако бројот е помал од 5, тогаш цифрата останува иста.

## ПРИМЕР

Заокружи ги броевите на 2 значајни цифри.

а) 789

б) 6,0524

а) 7

8

9

↑

↑

↑

прва

втора

трета

з.ц.

з.ц.

з.ц.

Третата значајна цифра е поголема од 5, па заокружуваме со вишок.

$$789 = 790 \text{ (2 з.ц.)}$$

б) 6

, 0

5 2 4

↑

↑

↑

прва

втора

трета

з.ц.

з.ц.

з.ц.

Третата значајна цифра е 5, па заокружуваме со вишок.

$$6,0524 = 6,1 \text{ (2 з.ц.)}$$

## ЗАДАЧИ

- Заокружи го секој број со точност до:
 

а) 4,76 (1 децимални места (д.м.))	б) 8,792 (2 д.м.)	в) 0,4766 (3 д.м.)
г) 0,96552 (2 д.м.)	д) 3,599761 (4 д.м.)	ѓ) 18,34987 (3 д.м.)
- Заокружи го бројот 25,496723815 со точност до наведениот број на децимални места.
 

а) 3 д.м.	б) 1 д.м.	в) 5 д.м.	г) 4 д.м.	д) 2 д.м.	ѓ) 7 д.м.
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------
- Заокружи го секој број, со точност според наведениот број значајни цифри (з. ц.).
 

а) 135 (1 з.ц.)	б) 45678 (2 з.ц.)	в) 18,654 (3 з.ц.)
г) 0,0931 (1 з.ц.)	д) 0,7872 (2 з.ц.)	ѓ) 1,40948 (3 з.ц.)
- Кој одговор е точен, А, Б, В или Г?
 

а) 2569 заокружен на една значајна цифра.	А) 2	Б) 3	В) 2000	Г) 3000
б) 47,6821 заокружен на 3 значајни цифри.	А) 47,6	Б) 47,682	В) 47,7	Г) 48,0
в) 0,0882 заокружен на 2 значајни цифри.	А) 0,08	Б) 0,088	В) 0,09	Г) 0,1
г) 3,08962 заокружен на 4 значајни цифри.	А) 3,089	Б) 3,0896	В) 3,09	Г) 3,090
- Заокружи го бројот 4509,0298 со точност според наведениот број значајни цифри (з. ц.).
 

а) 3 з.ц.	б) 1 з.ц.	в) 5 з.ц.	г) 4 з.ц.	д) 2 з.ц.	ѓ) 7 з.ц.
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------
- Една пица со маса 0,850 kg треба еднакво да се подели меѓу 6 луѓе.  
По колку ќе добие секој? Запиши го решението во килограми со соодветен степен на точност.
- Александар трча 125 m за 22,5 секунди.  
Колку метри поминува секоја секунда? Запиши го решението со соодветен степен на точност.

## 2 Степени

Во табелата се дадени степените на бројот 3. Внимателно да ги разгледаме резултатите.

Степен	$3^{-4}$	$3^{-3}$	$3^{-2}$	$3^{-1}$	$3^0$	$3^1$	$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$
Вредност	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27	81	243

Изразот  $3^4$  се чита „3 на степен 4“. Бројот 4 е степен показател. Бројот 3 е основа.

Кога имаме степен, при што природен број е кренат на негативен степен показател, резултатот е дробка. Еве неколку примери:

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \quad 2^{-4} = \frac{1}{16} \quad 7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 353 \quad 7^{-3} = \frac{1}{343}$$

Кога имаме степен во кој природен број е кренат на показател 0, резултатот е 1.

$$2^0 = 1 \quad 7^0 = 1 \quad 12^0 = 1$$

## ПРИМЕР

Запиши во вид на степен.

- а)  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$   
 б)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$   
 в)  $3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

а) Осум петки се множат меѓу себе.

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^8$$

б) Има шест десетки.

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6$$

в) Има две тројки и пет четворки.

Основите се различни, па запишувањето на степените го правиме одделно.

$$3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 3^2 \cdot 4^5$$

## ПРИМЕР



Пресметај ја вредноста на следните степени:

- а)  $2^6$       б)  $6^3$       в)  $8^7$

а)  $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

б)  $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

в) Решенијата под а) и б) лесно ги пресметуваме без употреба на калкулатор.

Под в) ќе користиме калкулатор. На калкулаторот има копче означено со  или .

Добиваме дека  $8^7 = 2097152$

## Правила за операции со степени со исти основи

Броевите во дадените изрази можеме да ги напишеме како степени.

Да ги разгледаме показателите:  $2 + 3 = 5$  и  $5 + 3 = 8$ .

Ова беа само два примера, но заклучокот важи и во општ случај.

Кога множиме два степени на даден број, се добива резултат во кој бројот го препишуваме, а неговите показатели ги собираме  $A^m \cdot A^n = A^{m+n}$

$$9 \cdot 9 = 81 \quad \Rightarrow \quad 3^2 \cdot 3^2 = 3^4 \quad 2 + 2 = 4$$

$$4 \cdot 8 = 32 \quad \Rightarrow \quad 2^2 \cdot 2^3 = 2^5 \quad 2 + 3 = 5$$

Горните изрази кои содржат операции множење на броеви може да ги запишеме и преку операцијата делење на броеви. Ако броевите ги запишеме како степени, ќе добиеме:

Повторно да ги разгледаме показателите:  $5 - 3 = 2$  и  $8 - 3 = 5$ .

This shows that:

Кога делиме два степени на даден број, се добива резултат во кој бројот го препишуваме, а неговите показатели ги одземаме.  $A^m : A^n = A^{m-n}$

$$27 : 3 = 9 \quad \Rightarrow \quad 3^3 : 3^1 = 3^2 \quad 3 - 1 = 2$$

$$4 : 8 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 2^2 : 2^3 = 2^{-1} \quad 2 - 3 = -1$$

$$9 \cdot 27 = 243$$

$$32 \cdot 8 = 256$$

$$3^2 \cdot 3^3 = 3^5$$

$$2^5 \cdot 2^3 = 2^8$$

$$243 : 27 = 9$$

$$256 : 8 = 32$$

$$3^3 : 3^1 = 3^2$$

$$2^3 : 2^3 = 2^0$$

### ПРИМЕР

Упрости ги степените.

а)  $7 \cdot 7^3$       б)  $8^9 : 8^5$       в)  $(3^2)^7$       г)  $5^3 \cdot (5^4)^3 : 5^7$

а) При множење степени, експонентите ги собираме.

$$\text{Знаеме дека } 7 = 7^1$$

$$7^1 \cdot 7^3 = 7^4$$

б) При делење степени, експонентите ги одземаме.

$$8^9 : 8^5 = 8^4$$

в) При степенување степен, експонентите ги множиме.

$$(3^2)^7 = 3^{14}$$

г) Ова е комбинација на множење, делење и степенување степени.

$$5^3 \cdot (5^4)^3 : 5^7$$

$$= 5^3 \cdot 5^{12} : 5^7$$

$$= 5^{3+12-7} = 5^8$$

### ЗАДАЧИ

- Дадениот број запиши го како дробка:    а)  $5^{-1}$     б)  $5^{-2}$     в)  $5^{-3}$     г)  $5^{-4}$
- Дадениот број запиши го како дробка или како цел број:
  - $7^2$
  - $7^{-2}$
  - $7^{-1}$
  - $7^0$
  - $7^3$
- Дадениот број запиши го како дробка:
  - $4^{-1}$
  - $10^{-2}$
  - $2^{-3}$
  - $12^{-1}$
  - $15^{-2}$
  - $20^{-2}$

- 4 Пресметај ја вредноста на изразот и резултатот запиши го како децимален број:  
 а)  $5^{-1}$       б)  $5^{-2}$       в)  $10^{-1}$       г)  $10^{-2}$       д)  $10^{-3}$
- 5 Секој број запиши го како степен со показател 2:  
 а) 8      б)  $\frac{1}{2}$       в)  $\frac{1}{4}$       г)  $\frac{1}{16}$       д) 1
- 6 Упрости го изразот. Запиши го резултатот во форма на степен:  
 а)  $5^2 \cdot 5^3$       б)  $6^4 \cdot 6^3$       в)  $10^4 \cdot 10^2$       г)  $a^2 \cdot a^2 \cdot a^3$       д)  $4^5 \cdot 4$
- 7 Упрости го изразот. Ако е неопходно, резултатот запиши го како степен:  
 а)  $2^5 \cdot 2^3$       б)  $8^2 \cdot 8^4$       в)  $a^3 \cdot a^2$       г)  $2^3 \cdot 2^3$       д)  $b^3 \cdot b^4$
- 8 Упрости го изразот:  
 а)  $3^5 : 3^2$       б)  $k^4 : k^3$       в)  $10^6 : 10^4$       г)  $5^2 : 5^4$       д)  $7 : 7^1$
- 9 Упрости го изразот:  
 а)  $2^2 : 2^2$       б)  $2^2 : 2^3$       в)  $2^2 : 2^4$       г)  $2^4 : 2^2$       д)  $2^4 : 2^6$
- 10 Секој израз запиши го како степен или како дробка:  
 а)  $8^3 \cdot 8^4$       б)  $5^2 \cdot 5$       в)  $4^2 \cdot 4^4$       г)  $9^2 : 9^3$       д)  $12^2 : 12^4$

### 3 Целобројни степени со основа 10

Да ја разгледаме внимателно следната табела со цели и децимални броеви.

...	Илјадарки	Стотки	Десетки	Единици	,	десеттинки	стотинки	илјадинки	...
...	1000	100	10	1	,	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	...

Броевите 10, 100, 1000, ... може да се запишат како степени на бројот 10.

Броевите  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$ , ... исто така може да се запишат како степени на бројот 10.

Да ја разгледаме оваа шема на броеви напишани како степени на бројот 10. Има ли некаква врска помеѓу степените и вредностите?

...,  $1000 = 10^3$ ,  $100 = 10^2$ ,  $10 = 10^1$ ,  $1 = 10^0$ ,  $\frac{1}{10} = 10^{-1}$ ,  $\frac{1}{100} = 10^{-2}$ ,  $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$ , ...

Забележуваме дека децималниот број 0,1 може да се запише како  $\frac{1}{10}$  или  $10^{-1}$ .

Исто така, можеме да забележиме дека бројот 0,01 може да се запише како  $\frac{1}{100}$  или  $10^{-2}$ .

Оваа шема продолжува како што броевите растат или се намалуваат.

На пример,  $10000 = 10^4$  и  $\frac{1}{10000} = 10^{-4}$ ,  $100000 = 10^5$  и  $\frac{1}{100000} = 10^{-5}$ .

Важно е да ги запомниме следните две правила:

① Кога множиме број со  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$ , ... е исто како да го делиме бројот со 10, 100, 1000, ...

② Кога делиме број со  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$ , ... е исто како да го множиме бројот со 10, 100, 1000, ...

## ПРИМЕР

Пресметај ги вредностите на степените: а)  $10^6$  б)  $10^{-5}$

а)  $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000000$  (еден милион)

б)  $10^{-5} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{100000} = 0,00001$

## Множење и делење со целобројни степени со основа 10

Пред да почнеме со операциите множење и делење, прво секој од степените со основа 10 го запишуваме како број ако степенот е поголем од 0, или како дробка ако степенот е помал од 0. Потоа множиме или делиме.

## ПРИМЕР

Пресметај:

а)  $245 \cdot 10^3$

б)  $0,25 \cdot 10^{-1}$

в)  $2,45 : 10^{-3}$

г)  $230 : 10^2$

а)  $245 \cdot 10^3 = 245 \cdot 1000$   
 $= 245000$

Го запишуваме целобројниот степен од 10 како број (3 е поголем од 0, значи множиме  $10 \cdot 10 \cdot 10$ )

Проверка:  $10^3$  резултатот е поголем од 245 ✓

б)  $0,25 \cdot 10^{-1} = 0,25 \cdot \frac{1}{10}$   
 $= 0,025$

Го запишуваме целобројниот степен од 10 како дробка (-1 е помал од 0, значи делиме  $1 : 10$ )

Проверка:  $10^{-1}$  е помеѓу 0 и 1, резултатот е помал од 0,25 ✓

в)  $2,45 : 10^{-3} = 2,45 : \frac{1}{1000}$   
 $= 2,45 \cdot 1000$   
 $= 2450$

Го запишуваме целобројниот степен на 10 како дробка (-3 е помал од 0)

Делиме со дробка така што множиме со нејзината реципрочна дробка

Проверка:  $10^{-3}$  е помеѓу 0 и 1, одговорот е поголем од 2,45 ✓

г)  $230 : 10^2 = 230 : 100$   
 $= 2,3$

Го запишуваме целобројниот степен од 10 како број (2 е поголем од 0)

Проверка:  $10^2$  е поголем од 1, одговорот е помал од 230 ✓

## ЗАДАЧИ

1. Запиши ги броевите во вид на степен.

а) 10000000    б) 100    в) 100000    г) 0,00001    д) 0,1    ф) 0,000001

2. Пресметај ја вредноста на степените.

а)  $10^3$     б)  $10^5$     в)  $10^9$     г)  $10^{-5}$     д)  $10^{-2}$     ф)  $10^0$

3 Пресметај ги следните производи.

- |                        |                         |                       |                        |
|------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------------|
| а) $13 \cdot 10^2$     | б) $7,8 \cdot 10^3$     | в) $24 \cdot 10$      | г) $8,55 \cdot 10^4$   |
| д) $6,5 \cdot 10^1$    | ѓ) $0,08 \cdot 10^5$    | е) $17 \cdot 10^0$    | ж) $8 \cdot 10^{-1}$   |
| з) $8,5 \cdot 10^{-2}$ | ѕ) $4500 \cdot 10^{-4}$ | и) $32 \cdot 10^{-3}$ | ј) $125 \cdot 10^{-2}$ |

4 Пресметај ги следните количници.

- |                   |                     |                     |                      |
|-------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| а) $27 : 10$      | б) $450 : 10^3$     | в) $36 : 10^2$      | г) $170 : 10^4$      |
| д) $0,8 : 10^1$   | ѓ) $2480 : 10^5$    | е) $9 : 10^0$       | ж) $0,25 : 10^{-1}$  |
| з) $18 : 10^{-2}$ | ѕ) $4,76 : 10^{-4}$ | и) $0,07 : 10^{-3}$ | ј) $0,085 : 10^{-2}$ |

## 4 Множење и делење со децимални броеви

### Множење со децимални броеви

Со децимален број множиме на истиот начин на кој множиме со цел број.

**Правилата на множење** остануваат исти.

Разликата е во тоа што во конечниот резултат треба да ставиме запирка.

На пример, наместо да множиме со 0,3, прво множиме со 3, а потоа резултатот го делиме со 10.

Наместо да множиме со 0,03, прво множиме со 3, а потоа резултатот го делиме со 100.

### ПРИМЕР

Пресметај: а)  $700 \cdot 80$

б)  $400 \cdot 0,6$

$$\begin{aligned} \text{а) } 700 \cdot 80 &= 7 \cdot 100 \cdot 8 \cdot 10 \\ &= 7 \cdot 8 \cdot 100 \cdot 10 \\ &= 56 \cdot 1000 \\ &= 56000 \end{aligned}$$

Овој начин можеме да го користиме за пресметување напамет.

$$\begin{aligned} \text{б) } 400 \cdot 0,6 &= 40 \cdot 6 \\ &= 240 \end{aligned}$$

Трансформираме во еквивалентен производ, бидејќи го добиваме истиот резултат.

### Делење со децимални броеви

Делењето со децимален број често го трансформираме во делење со цел број.

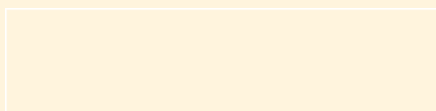
За таа цел користиме еквивалентни дробки.

Дробките што имаат иста вредност се еквивалентни дробки.

## ПРИМЕР

Пресметај:

а)  $\frac{6}{0,2}$       б)  $\frac{30}{0,1}$



а)  $\frac{6}{0,2} \begin{matrix} \cdot 10 \\ \hline \cdot 10 \end{matrix} \frac{60}{2}$

Броителот и именителот ги множиме со 10.

= 30

б)  $\frac{30}{0,1} \begin{matrix} \cdot 10 \\ \hline \cdot 10 \end{matrix} \frac{300}{1}$

Броителот и именителот ги множиме со 10.

= 300

## ЗАДАЧИ

1 Реши ги следните задачи напамет.

а) $8 \cdot 0,2$	б) $12 \cdot 0,3$	в) $8 \cdot 0,7$	г) $0,6 \cdot 9$	д) $0,4 \cdot 15$
ѓ) $6 \cdot 0,05$	е) $18 \cdot 0,02$	ж) $22 \cdot 0,03$	з) $0,08 \cdot 30$	с) $0,04 \cdot 45$

2 Реши ги следните задачи напамет:

а) $4 : 0,2$	б) $9 : 0,3$	в) $25 : 0,5$	г) $12 : 0,4$	д) $60 : 0,1$
ѓ) $2 : 0,05$	е) $6 : 0,02$	ж) $28 : 0,07$	з) $24 : 0,12$	с) $45 : 0,15$

3. Пресметај.

а) $\frac{28}{0,7}$	б) $\frac{32}{0,04}$	в) $\frac{15}{0,1}$	г) $\frac{49}{0,01}$
д) $\frac{120}{0,04}$	ѓ) $\frac{90}{0,9}$	е) $\frac{1,6}{0,04}$	ж) $\frac{0,08}{0,02}$

4 Кој одговор е точен: А, Б, В или Г?

а) $0,8 : 0,02 =$	А) 0,04	Б) 0,4	В) 4	Г) 40
б) $4,5 : 0,5 =$	А) 0,9	Б) 9	В) 90	Г) 900
в) $0,09 : 0,003 =$	А) 0,3	Б) 3	В) 30	Г) 300
г) $3,6 : 0,006 =$	А) 0,6	Б) 6	В) 60	Г) 600

5 Реши ги следните задачи напамет.

а) $0,6 \cdot 0,2$	б) $4,5 \cdot 0,3$	в) $0,18 \cdot 0,4$	г) $0,06 \cdot 2,5$	д) $0,11 \cdot 0,5$
ѓ) $0,6 : 0,02$	е) $2,7 : 0,3$	ж) $0,45 : 0,09$	з) $0,28 : 0,04$	с) $3,6 : 0,09$