

5 Квадрати и квадратни корени

$$1 \cdot 1 = 1 \quad 2 \cdot 2 = 4 \quad 3 \cdot 3 = 9 \quad 4 \cdot 4 = 16 \quad 5 \cdot 5 = 25$$

Броевите 1, 4, 9, 16, 25, 36... ги нарекуваме **полни квадрати**.

Да ги разгледаме следните шеми.



На следната слика би имале 5 редици, секоја со по 5 симболи, вкупно 25 симболи, па петтиот полн квадрат е 25.

Бројот 5 на квадрат е 25 и бројот 7 на квадрат е 49. Броевите 25 и 49 се полни квадрати.

Ова можеме да го запишеме како $5^2 = 25$ and $7^2 = 49$.

Читаеме: „5 на квадрат е 25“ и „7 на квадрат е 49“.

Исто така можеме да кажеме дека **квадратен корен** од 25 е 5 и квадратен корен од 49 е 7.

Симболот што го користиме за квадратен корен е $\sqrt{\quad}$.

$$\sqrt{25} = 5 \text{ и } \sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{25} = 5$$

значи

$$5^2 = 25$$

Внимавај: 3^2 значи $3 \cdot 3$, а не $3 \cdot 2$.

Собирањето и одземањето, како и множењето и делењето се парови од **инверзни** операции. Едната е „спротивна“ на другата.

Квадрирањето и барањето квадратен корен (коренувањето) се исто така инверзни операции.

Пример

- а) Колку изнесува деветтиот полн квадрат?
 б) Дали 72 е полн квадрат на некој број?

а) Деветтиот полн квадрат е $9 \cdot 9 = 81$

б) $8 \cdot 8 = 64$ 64 е полн квадрат

$9 \cdot 9 = 81$ 81 е полн квадрат

Не постои полн квадрат помеѓу 64 и 81.

Значи 72 не е полн квадрат на некој број.

ЗАДАЧИ

- 1 Запиши ги првите десет полни квадрати.
- 2 Пресметај 15^2 и 20^2 .
- 3 Запиши ги сите полни квадрати:
 - а) од 100 до 200
 - б) од 200 до 300
 - в) 300 до 400
- 4 Најди ги броевите што недостасуваати во следниве случаи:
 - а) $3^2 + 4^2 = \square^2$
 - б) $8^2 + 6^2 = \square^2$
 - в) $12^2 + 5^2 = \square^2$
 - г) $8^2 + 15^2 = \square^2$

5 Најди два полни квадрата чиј збир е 20^2 .

6 Броевите во правоаголникот се полни квадрати.

- а) Колку делители има секој од овие броеви?
- б) Дали е точно дека секој полн квадрат има непарен број делители? Објасни го твојот одговор.

16 25 36 49 81 100

7 Најди го:

- а) двестеттиот полн квадрат
- б) триесеттиот полн квадрат
- в) педесеттиот полн квадрат

8 Запиши го бројот што е еднаков на секој од следниве броеви.

- а) $\sqrt{81}$
- б) $\sqrt{36}$
- в) $\sqrt{1}$
- г) $\sqrt{49}$
- д) $\sqrt{144}$
- ѓ) $\sqrt{256}$
- е) $\sqrt{361}$
- ж) $\sqrt{196}$
- з) $\sqrt{29 + 35}$
- с) $\sqrt{12^2 + 16^2}$

9 Пресметај:

- а) i $(\sqrt{36})^2$
- ii $(\sqrt{196})^2$
- iii $\sqrt{5^2}$
- iv $\sqrt{16^2}$

- б) Обиди се да запишеш правило со кое ќе ги опишеш добиените резултати.

10 Најди три полни квадрати чиј збир е 125. Постојат две решенија.

Симболот за квадратен корен има иста улога како загради. Прво мора да ги извршиме пресметките под коренот, а потоа да го извршиме коренувањето.

6 Аритметички закони за операции со броеви

Во секојдневните активности често се среќаваме со ситуации во кои редоследот на извршување на исти активности е различен, а крајниот резултат е секогаш ист.

Но понекогаш се случува и да го смениме редоследот на активностите, и крајниот резултат да биде сосема различен од претходниот.

На пример, кога правиме чај, не е важно дали прво ќе ставиме прво шеќер, а потоа чај или ако прво ставиме чај, а потоа шеќер.

Во двата случаја добиваме ист резултат-чај со шеќер.

Но, кога се облекуваме, на пример, важен е редоследот по кој ги облекуваме деловите од облеката инаку крајниот резултат нема да биде ист.



Овој начин на извршување на секојдневните активности можеме да го примениме и во операциите собирање и множење.

На пример,

$$14 + 46 = 60 \text{ и } 46 + 14 = 60$$

$$10 \cdot 35 = 350 \text{ и } 35 \cdot 10 = 350$$

Кај собирање и кај множење, крајниот резултат не се менува ако броевите си заменат местата.

Ова својство го нарекуваме комутативен закон за собирање и множење.

Комутативниот закон не зажи за одземање и делење.

На пример,

$$65 - 20 = 45 \text{ но, } 20 - 65 = -45$$

$$100 : 10 = 10 \text{ но, } 10 : 100 = 0,1$$

Кај операциите собирање и множење крајниот резултат не се менува ако броевите ги групираме на различен начин.

На пример,

$$(14 + 46) + 24 = 84 \text{ и } 14 + (46 + 24) = 84$$

$$(10 \cdot 35) \cdot 2 = 700 \text{ и } 10 \cdot (35 \cdot 2) = 700$$

Ова својство го нарекуваме асоцијативен закон за собирање и множење.

Асоцијативниот закон не можеме да го примениме на операциите одземање и делење.

На пример,

$$(65 - 20) - 15 = 45 - 15 = 30 \text{ но, } 65 - (20 - 15) = 65 - 5 = 60$$

$$(100 : 10) : 2 = 5 \text{ но, } 100 : (10 : 2) = 20$$

Честопати кога собираме или множиме повеќе броеви, можеме да ги комбинираме двата закона бидејќи знаеме дека крајниот резултат ќе биде ист.

Пример 1

Иво купил една тетратка за 45 денари, 1 кутија моливи за 32 денари и 1 линијар за 15 денари. Колку ќе плати за сите предмети?

Иво може да пресмета на неколку начини:

$$45 + 32 + 15$$

Може да ги собере броевите по редослед, од лево кон десно.

$$= (45 + 32) + 15$$

$$= 77 + 15$$

$$= 92$$

или

$$45 + 32 + 15$$

Можеме да ги групираме за полесно пресметување

$$= (45 + 15) + 32$$

Можеме прво да ги собереме 45 и 15 бидејќи полесно се собираат, а потоа да додадеме 32.

$$= 60 + 32$$

$$= 92$$

Во двата случаја резултатот е ист, но постапката е различна.

ЗАДАЧИ

- За секоја од наведените активности утврди дали важи комутативниот закон или не.
 - Прво го облекувам палтото, а потоа ги облекувам чизмите.
 - Прво ги перам алиштата, а потоа ги сушам.
 - Прво велам „чао“, а потоа го исклучувам телефонот.
- Одреди кој закон е употребен во секој од наведените равенства:

а) $10 \cdot 1 = 1 \cdot 10$	б) $14 \cdot (50 \cdot 26) = (14 \cdot 50) \cdot 26$
в) $12 + 352 = 352 + 12$	г) $56 + (30 + 87) = (56 + 30) + 87$
- Баба Наде во градината насадила 4 леи со цвеќиња.
 Во првата леа засадила 32 нарциси.
 Во втората леа засадила 43 лалиња, во третата леа засадила 28 рози и во четвртата леа засадила 17 маргаритки.
 Колку вкупно цвеќиња засадила баба Наде во градината?
 Прикажи го начинот на решавање.

7 Редослед на операции

За да се избегнат грешки, постои правилен редослед на извршување на операциите.

Ако има загради, прво ги извршуваме операциите во заградите.

Ако има степени, тогаш нив ги пресметуваме по заградите.

Потоа следуваат делењето и множењето.

На крајот ги извршуваме собирањето и одземањето.

Запомни, редоследот на извршување на операции е:

1. Загради
2. Степени
3. Делење и Множење
4. Собирање и Одземање

Операциите делење и множење имаат иста важност.

Операциите собирање и одземање имаат иста важност.

Пример 1

Одреди ја вредноста на следниве изрази:

а) $6 + 12 : 2$ б) $16 : 4 \cdot 2$ в) $(24 - 9) + 4 \cdot 3$

а) $6 + 12 : 2$
 $= 6 + 6$
 $= 12$

Прво делиме.
Потоа собираме.

б) $16 : 4 \cdot 2$
 $= 4 \cdot 2$
 $= 8$

Делењето и множењето имаат иста важност,
па почни од лево по редослед на запишување.

в) $(24 - 9) + 4 \cdot 3$
 $= 15 + 4 \cdot 3$
 $= 15 + 12$
 $= 27$

Прво го пресметуваме изразот во заградите.
Множиме пред да собереме.

ЗАДАЧИ

Пресметај.

1. $5 + 4 \cdot 2$

2. $4 + 7 - 5$

3. $6 \cdot 4 : 8$

4. $3 \cdot 3 - 7$

5. $(9 - 5) \cdot 3$

6. $(2 + 5) \cdot (6 - 1)$

7. $20 - 12 : 4$

8. $18 - 9 - 5$

9 Пресметај.

а) $2 \cdot 6 + 9$

б) $3 + 5^2$

в) $9 : 3 + (-4)$

г) $12 - 5 \cdot 4$

д) $6 \cdot 4 - 2^3$

ѓ) $6^2 - 4^2 : 8$

е) $19 + 20 : 5$

ж) $(-6) + 8 : 2 - (-7)$

8 Собирање и одземање цели и децимални броеви

Кога вертикално собираме или одземаме броеви, тогаш многу е важно броевите да ги запишеме така што цифрите со иста месна вредност ќе бидат се запишани едно под друго во иста колона.

Собираме или одземаме цифри со иста месна вредност на местото на единици, десетки, стотки итн.

Собираме и одземаме почнувајќи одназад, од цифрите со најмала месна вредност, односно од десно на лево.

Кога собираме или одземаме децимални броеви напамет, постојат различни начини на кои можеме да го направиме тоа.

- При собирање, можеме да ги разделиме броевите на нивниот целоброен и децимален дел. Потоа посебно да ги собереме целобројните делови, посебно да ги собереме децималните делови, и на крај да ги собереме целобројниот и децималниот резултат што сме ги добиле.
- При одземање, можеме да го разделиме бројот што го одземаме (намалителот) на неговиот целоброен и децимален дел. Потоа од намаленикот прво го одземаме целобројниот дел, па од добиениот резултат го одземаме децималниот дел.
- Ако еден од броевите што ги собираме или одземаме е близу до некој цел број, можеме да го заокружиме на најблискиот цел број, да ја извршиме операцијата собирање или одземање, па потоа да го поправиме решението.

Пример

Пресметај ги зборовите.

а) $1248 + 973$ б) $58 - 4,89$

а) Броевите ги запишуваме вертикално

$$\begin{array}{r} \\ 1 \ 2 \ 4 \ 8 \\ + \quad 9 \ 7 \ 3 \\ \hline 2 \ 2 \ 2 \ 1 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} \\ 1 \ 2 \ 4 \ 8 \\ + \quad 9 \ 7 \ 3 \\ \hline 1 \ 0 \ 9 \ 7 \ 8 \end{array}$$~~

Ова е погрешен вертикален запис.
Цифрите со иста месна вредност
не се запишани една под друга.

б) Броевите ги запишуваме вертикално.

Внимаваме децималните запирки да бидат една под друга.

~~$$\begin{array}{r} \\ 5 \ 3 \ , \ 0 \ 0 \\ - \quad 4 \ , \ 8 \ 9 \\ \hline 5 \ 3 \ , \ 1 \ 1 \end{array}$$~~

Кај целиот број запишуваме нули на
празните децимални места за да ги
израмниме броевите оддесно.

ЗАДАЧИ

1 Без пишување пресметај:

а) $3,5 + 4,2$ б) $4,6 + 3,7$ в) $12,7 + 4,5$
г) $4,9 - 1,5$ д) $12,6 - 5,2$ е) $14,6 - 6,8$

Раздели ги броевите на нивните
целобројни и децимални делови.

2 Пресметувајќи напамет, различно од начинот искористен во задача 1, одреди ја вредноста на секој од изразите:.

а) $4,9 + 7,3$ б) $9,6 + 8,9$ в) $22,8 + 3,3$
г) $5,4 - 1,9$ д) $14,9 - 4,4$ е) $21,1 - 6,7$

Користи го методот
на заокружување на
еден од броевите до
најблискиот цел број.

3 Одреди ги цифрите што недостасуваат во следниве постапни пресметки:

а

$$\begin{array}{r} \square \ 2 \ , \ \square \ 1 \\ + \ 2 \ \square \ , \ 3 \ \square \\ \hline 6 \ 9 \ , \ 1 \ 6 \end{array}$$

б

$$\begin{array}{r} 6 \ \square \ , \ 6 \ 4 \\ - \ \square \ 9 \ , \ 5 \ \square \\ \hline 3 \ 8 \ , \ \square \ 6 \end{array}$$

9 Множење и делење со 10, со 100 и со 1.000

Кога множиме некој природен број или децимален број со 10, бројот станува десет пати поголем од почетниот. Ова значи дека сите цифри во бројот се поместуваат за едно место налево во табелата за месни вредности.

$$24 \cdot 10 = 240$$

стотки	десетки	единици	•	десеттинки	стотинки
	2	4	•		
2	4	0	•		

Празното место пред децималната запирка мора да се пополни со нула.

$$0.24 \cdot 10 = 2.4$$

стотки	десетки	единици	•	десеттинки	стотинки
		0	•	2	4
		2	•	4	

Празното место на крајот од бројот, после децималната запирка, не мора да биде пополнето со нула.

Кога множиме со 100, сите цифри се поместуваат за две места на лево.

Кога множиме со 1000, сите цифри се поместуваат за 3 места на лево.

Пример

Пресметај $5,2 \cdot 1000$

Илјади	Стотки	Десетки	Единици	,	десеттинки	стотинки
			5	,	2	
5	2					
5	2	0	0			

Одговорот е 5200.

На секое празно место лево од децималната запирка треба да запишеме нули.

На овој начин ја задржуваме точната месна вредност на преостанатите цифри. Во овој пример, дополнителните нули овозможуваат цифрата 2 да има месна вредност на стотки.

Пример :Пресметај $5680 : 100$.

Илјади	Стотки	Десетки	Единици	,	десеттинки	стотинки
5	6	8	0	,		
		5	6	,	8	0

дедење со 100 (арrows pointing from 5 to 5, 6 to 6, 8 to 8, 0 to 0)

Одговорот е 56,8.

Во бројот 5680, нулата на крајот ја запазува месната вредност на другите цифри.

Без нулата, цифрата 8 нема да биде со месна вредност на десетки. Нулата не е потребно да ја запишеме на местото стотинки, бидејќи не влијае на месната вредност на другите цифри.

ЗАДАЧИ**1** Пресметај:

а) $4,6 \cdot 10$

б) $0,389 \cdot 10$

в) $2,5 \cdot 100$

г) $0,07 \cdot 100$

д) $6,5 \cdot 1000$

ѓ) $0,0389 \cdot 1000$

е) $700 : 10$

ж) $4,22 : 10$

з) $620 : 100$

с) $43 : 100$

и) $420 : 1000$

ј) $8,1 : 1000$

2 Кој број, 10, 100 или 1000, треба да се запише во секое од празните полиња за равенствата да бидат точни?

а) $3,8 \cdot \square = 38$

б) $0,002 \cdot \square = 0,02$

в) $0,05 \cdot \square = 50$

г) $6,12 \cdot \square = 6120$

д) $21 : \square = 0,21$

ѓ) $730 : \square = 7,3$

е) $56 : \square = 0,056$

ж) $0,2 : \square = 0,002$

з) $0,8 : \square = 0,08$

3 Со помош на броевите во правоаголникот дополни ги дадените равенства за да бидат точни.

0,047 8,2 0,04 110 0,3 0,82 300 3,2

Секој од броевите можеш да го искористиш само еднаш.

Не треба да ти останат неискористени броеви на крајот.

а) $11 \cdot 10 = \square$

б) $4 : 100 = \square$

в) $\square \cdot 100 = 320$

г) $47 : 1000 = \square$

д) $\square : 10 = \square$

ѓ) $\square \cdot 1000 = \square$

4 Во еден супермаркет, лимоните се продаваат по 10 лимони во едно пакување, за цена од 95 ден.

Колку чини еден лимон?